

VIMANADALAVAKRAVICHARA

A Treatise on the Curvature of the Planetary Circles in Driggola

By

Pradhanacharya

Pandita Dayanatha Jha, Vishistavidvan

MITHILA SANSKRITA VIDYAPITHA

DARBHANGA

EDITED BY

MM. DR. UMESHA MISHRA

1361 FASLI

विमण्डलवक्रविचारः

—:•:—

विशिष्टविद्वद्-
ज्योतिर्विन्ध्यदीयानाथभा-
विरचितः

—:•:—

मिथिलासंस्कृतविद्यापीठाध्यक्षेण
सम्पाद्य प्रकाशतां नीतः

विमण्डलवक्रविचारः

—:०:—

विशिष्टविद्वद्-
ज्योतिर्विन्ध्यदीयानाथभा-
विरचित.

—:०:—

मिथिलासंस्कृतविद्यापीठाध्यक्षेण
सम्पाद्य प्रकाशनां नीतः

NOTE BY THE GENERAL EDITOR

THE Mithila Sanskrit Research Institute has been established by the Government of Bihar and is located at Darbhanga on a plot of land donated by the Maharajadhiraja Shri Kameshwara Singh Bahadur of Darbhanga. The foundation-stone of the Institute was laid down by the President of the Indian Union Dr. Rajendra Prasad on the 21st of November, 1951.

This Institute has been founded with a view to promote advanced research in various aspects of Sanskrit learning and to impart teaching of the Post-Graduate standard to a limited number of students in the stimulating environments of a residential community. It will serve as the meeting-ground of the traditional Sanskrit scholars and modern researchers so that while the traditional scholars may get training in modern methods of research, the sources of ancient learning and its depth may easily be available to the modern scholars. In so doing the Institute will aim at the preservation and rehabilitation of the traditional Indian scholarship in the field of modern learning and research.

The Institute mainly stands for higher researches based on authentic texts on modern scientific lines; so while individual researchers including the members of the staff may carry on research in particular subjects, the Institute as a whole will have some long-term as well as short-term programme of research and publication.

As a foundation for carrying on research in the future and as a means of preserving useful source of materials, the Institute will take up the collection and survey of manuscripts and other important source materials available in Mithila in particular, and also in other parts of Bihar and elsewhere.

The Institute will not only promote and encourage research by individual scholars and students, but it will also

undertake specific projects which will be in the nature of team work produced by all or selected members of the staff working in close co operation and association with one another and seeking the guidance and assistance of the Board of Advisers. From time to time, a programme or plan for the projects extending over a specified period will be drawn up and duties will be assigned to various members of the staff in connection with the fulfilment of that project. The following projects may, for example, be undertaken by the Institute from time to time

- (i) Editing the Puranas and the Upanisada on scientific lines.
- (ii) Collection, survey and cataloguing of manuscripts and other important source materials available in Mithila and in other parts of Bihar
- (iii) Editing a series of rare and important old and new Sanskrit Texts
- (iv) Preparing a critical bibliography of research work done in Sanskrit topic-wise, up to the present day and preparing supplements subsequently
- (v) Preparing a comprehensive History of Sanskrit literature in all its branches based on original sources
- (vi) Preparing a chronology of Sanskrit authors and their works
- (vii) Preparing an annual hand book of information on Indological studies

Other projects also may be undertaken from time to time

The Institute will publish from time to time monographs, texts, critical editions, catalogues, bibliographies, critical works, research journals, etc. The publication will be confined principally to the work done at the Institute either through individual research of students, scholars and members of the staff or through the projects undertaken at the Institute.

With these aims and objects in view we have undertaken the publication of rare and important works of old and also of modern period in-order to place before the scholarly world the past and present contributions of Sanskrit scholars to knowledge in a Sanskrit series under our 'short-term project of research programme'.

PREFACE

IN pursuance of the declared objects of the *Mithila Research Institute*, Darbhanga, we are presenting herewith the *Vimandalavakravichara* to the world of scholars as the third volume of the *Mithila Research Institute Sanskrit Series*. The author, Pandita Dayanatha Jha, the ex-Principal of the Dharmasamaja College, Muzaffarpur, is one of the top-ranking astronomers of the present-day Mithila. He is also our respected colleague in the Institute.

In the present treatise on the problem, the author has tried to improve upon and make further investigation on the problem on the lines suggested by the late Mahamahopadhyaya Pandita Sudhakara Dwivedi, the well-known scholar of Banaras. This *Vimandala, Curvature theory*, has not been even discussed by European learned astronomers, like Kern, God-Fray, Parker, etc. The present work is a result of a long experience of the scholar and it is expected that it will give an opportunity to the astronomers of the Traditional and Scientific Schools to carry on further researches on the subject.

An effort is made here in the Institute to make the best use of the experiences and studies of our traditional Vishistavidvans by encouraging them to make contributions to our knowledge in their own respective field through their writings. But it is not for us to say how far our efforts will be successful, for we are one with Kalidasa when he says—

‘आ परितोयाद्विदुषां न साधु मन्ये प्रयोगविज्ञानम्’ ।

Meantime, I must thank the Government of Bihar for enabling me to start the series within a couple of years from the inception of the Institute.

Thanks are due to the authorities of the Mithila Art Press, Darbhanga, but for whose ungrudging efforts the volume could not have come out in such a form and in such a short time.

प्रधानसम्पादकीयामुखम्

जनकयाज्ञवल्क्यादिपवित्रोक्तं मिथिलामण्डले दरमङ्गानगरे महाराजाधिराजेन श्रीप्रमता कामेश्वरसिंहवहादुरेण दानरूपेण प्रदत्ते बृहद्भूमागे एकपञ्चाशदुत्तरीकोनविंशतितमे ख्रीस्ताब्दीय-
नवम्बरमासस्यैकविंशतितमे दिवसे भारतवर्षाधिष्ठात्रा श्रीमद्राजेन्द्रप्रसादमहोदयेन मिथिलासंस्कृत-
विद्यापीठेऽयं संस्थापितः ।

आद्यासिक्तेऽस्मिन् विद्यापीठे संस्कृतविद्याया विभिन्नशाखासु गम्भीरगवेषणात्मकाध्ययनं
तदनुसारेणैव स्वल्पसंख्यकेभ्यो विद्यार्थिभ्यः स्नातकोत्तरशिक्षाप्रदानञ्च लक्ष्यम् । सम्मेलनस्थान-
मेतद्भारतीयप्राचीनशिक्षापद्धतिजुषा पण्डितानामाधुनिकगवेषणापराणां विदुषाञ्च । सम्भाव्यते
चान् परस्परपूरकत्वं सारस्वतवर्गद्वयस्य । अनेन प्रकारेण विद्यापीठेऽत्र प्राचीनविद्याध्ययन-
पद्धतिरक्षांचमिविद्याक्षेत्रेषु प्रतिष्ठिता भविष्यति ।

आधुनिकवैज्ञानिकपद्धत्यनुक्रमेण प्राचीनशास्त्रग्रन्थानधिकृत्य प्रोच्यमानुसन्धानं हि
मुख्यं कर्तव्यत्वेन परिगृहीतमत्र । अध्यापका गवेषकाश्च विभिन्ननियेषु गवेषणायां सलग्नाः
सन्ति । पीठस्य स्वतन्त्रतया स्वल्पदीर्घकालसाध्या च गवेषणासंरणिस्तदनुपुस्तकप्रकाशनञ्चेत्युभयं
प्रचर्चितम् ।

मिथिलामान्ते तथाऽन्यत्र च यानि रत्नानि हस्तलिखितानि पुस्तकानि समुपलभ्यन्ते
तेषां संग्रहेऽपि विद्यापीठस्यान्यतम उद्देश्यः । एतेष्वेव ग्रन्थरत्नेषु भारतीयकलाविज्ञानपरम्परा
निहितास्ति । यत्र पुनस्तादृशः संग्रहो न शक्यकरणीयस्तत्र केवलं विशेषविवरणेऽपि सम्पादनीयं
एव ।

अत्र विद्यापीठे न केवलं वैयक्तिकी गवेषणा प्रचरति अपि तु शिक्षकाः विद्यार्थिनश्च
परस्परं मिलित्वा सामूहिकरूपेण गवेषणाकार्यं परिचालनापरिपक्वं निर्देशानुसारेण स्वीकुर्वन्ति ।

काले काले निर्दिष्टकालसाध्या ये पिपसाः स्वीकर्तव्यास्तेषु किमन्तोऽघस्तादुल्लिख्यन्ते —

(१) वैज्ञानिकरीत्या पुराणानामुपनिषदा च सम्पादनम् ।

(२) प्राचीनहस्तलिखितानां ग्रन्थानां तथ्यपूर्णवस्तूनां च संग्रहः परीक्षणं विवरण-
निर्माणं च ।

(३) बहुमुल्यानां संस्कृतग्रन्थानां प्राचीनानामाधुनिकानां च सम्पादनम् ।

(४) गवेषणनिबन्धानां विषयानुसारेण सामीक्षिकसूचीनिर्माणं तथा काले काले
तत्परिपूर्तिविधानं च ।

(५) मूलग्रन्थानां परीक्षणं विधाय सर्वशास्त्रान्वितस्य संस्कृतसाहित्यस्य पूर्णाङ्गेतिहास-
निर्माणम् ।

(६) संस्कृतग्रन्थानां वक्तृत्वा च कालक्रमनिर्धारणम् ।

(७) भारतीयविद्यानिबन्धानां वार्षिकविवरणग्रन्थप्रणयनम् ।

इत्येवं व्यवस्थिते मिथिलासंस्कृतविद्यापीठस्येन विशिष्टविदुषा श्रीदयानाथशर्मणा गवेपणा-
पूर्वकं निर्मितोऽयं विमण्डलवक्रविचारनाम्ना प्रसिद्धो ग्रन्थो विपरिचितां पुरतः संस्थाप्यते ।
सुविदितमस्ति ज्योतिर्विदां यत्पूर्वाचार्यैरपि विषयेऽस्मिन् विशेषरूपेण विचारो न प्रकटितः । हर्ष-
स्थानमेतद्यदनेन विशिष्टविदुषा सुगूढस्यास्य विषयस्योपरि गवेपणां विधाय विपरिचितां छात्राणां
च कृते महानुपकारः कृतः । अयं च ग्रन्थमधुमवलोक्यात्मदेशीयाः पारचात्यशिक्षासम्पन्नैश्च
विद्वान्सो विषयेऽस्मिन् गवेपणां कृत्वा इतोऽप्यधिकज्ञानप्रचारेण विशेषज्ञानद्वारोद्घाटनेन च
प्राचीनविदुषां गौरवं परां काष्ठां प्रापयिष्यन्तीति ।

वैशालशुक्लपूर्णिमा

१३६१

श्रीउमेशुनिभः

प्रधानसम्पादकः

प्राक्कथनम्

अवगाच्छन्त्येव भवन्तो यद्भास्कराचार्येण स्वसिद्धान्तशिरोमणौ गोलनन्धा-
धिकारे भगोले त्रिज्यागोले वा विमण्डलरचनावसरे “शीघ्रकर्णेन भक्तास्त्रिज्या
गुणा स्यु परत्वेपभागा प्रहाणा स्फुटा” इत्यादिना चन्द्रादीना महाणा स्फुटान् शरा-
शान् ज्ञात्वा विमण्डलानि वृत्ताकाराणि वदन्ति । तत्रैव स्वस्वविमण्डले पूर्वोक्ता महा
भ्रमन्ति इत्यधुक्तम् । तत् पूर्वं कृतापि भारतीयगणितज्ञेनाय विषयो न स्पष्ट । तत्-
पर्यायपि प्राचीनमतल्लण्डनपरं सूर्यभक्त परमोद्भूत कमलाकरभट्टाऽपि न किमध्य-
रिमन् विषये लिखितवान् । परन्तु काश्यामस्मद्गुरुचरणाना महामहोपाध्यायाना
पण्डितश्रीसुधाकरद्विवेदिना ममय एव पूर्वोक्तस्फुटशरानयने शास्त्रार्थवर्चा कुर्वाणाना
तदीयशिष्याणा श्रीहरोभा श्रीचतुर्भुजमिश्र-श्रीअपूष्पाप्रभृतीना ज्योतिर्विज्ञाननिष्णा-
ताना महता पण्डिताना मध्ये चर्चाऽवति यद्भास्कराचार्यानीतमगोलीयविमण्डल प्रति-
भाबोधकयुस्तथा न वृत्ताकार भवतीति । परञ्च क आकारो भवेद्विमण्डलाय त्रिज्यागोले
एनन्त्रिण्यो न जात । परमिम विषय श्रीगुरुचरणानामेष मुदात् शुनवता मया तेषा-
मेवानुक्रमेण विज्ञानायास प्रारब्ध । कठिनपरिश्रमेणान्धमनस्केन मया समये
समयेऽत्रत्यसिद्धान्तगवेषणयाप्युक्तग्रन्थसमालोचनया च इदं वक्र स्थिरीकृतं यदिदं वक्र
अनेकधरातलीय कूर्मपृष्ठाकृति भवेत् वा द्वितीय नामास्य वक्रस्य गौलिकदीर्घवृत्तमपि
परतु शक्यते । अथ चास्य वक्रस्य विषये न किमपि पाश्चात्यै डाक्टर कर्ण-मान्यवर-
गौड प्रो० मान्यवरपार्करप्रभृतिभि ज्योतिषपण्डितै मत् प्रकाशितम् । अस्मिन्नपि
वक्रे सरलदीर्घवृत्तवद्बहुव सिद्धान्ता घटन्ते । बृहद्व्यासलघुव्यासमुजकोट्यादी-
नामपि विन्यासा सरलदीर्घवृत्तवत् सन्ति । आशास्यते च मम मित्राणि गरीयासो
विद्वत्सश्च अत्रत्यश्रुति परिशोधय मा कृतार्थयिष्यन्ति तथा च ब्रह्मोयवैशिष्ट्यमवगत्या-
नदानुभव करिष्यन्ति । एष मम परिभमोऽपि सकलौ भविष्यतीति ।

अस्य ग्रन्थस्य प्रकाशने प्रथम विहाररात्रान् प्रति धन्यवाद वितरामि चेपामनु-
ष्मपया वक्रमिदं बिहुषा पुरत प्रकाशितमभूत् । तत् परमत्रत्य-डाइरेक्टर महामहो-
पाध्याय-पण्डितश्रीमहामेशमिश्रेभ्यो धन्यवाद ददामि ये रत्न अत्रत्य राजान सन्धोध्य
पुस्तकमिव मुद्रापयितु प्रयासकृतं त तथा च सशोधनादौ महत्साहाय्यमर्जुंति ।

विनीत

श्रीदयानाथ(नन्द)भा

इत्येवं व्यवस्थिते मिथिलासंस्कृतविद्यापीठस्येन विशिष्टविदुषा श्रीदयानाथशर्म्मा गवेयणा-
पूर्वकं निर्मितोऽयं विमण्डलचक्रविचारनाम्ना प्रसिद्धो ग्रन्थो विपश्चितां पुरतः संस्थाप्यते ।
सुविदितमस्ति ज्योतिर्विदा यत्पूर्वाचार्यैरपि विषयेऽस्मिन् विशेषरूपेण विचारो न प्रकटितः । हर्ष-
स्थानमेतद्यदनेन विशिष्टविदुषा मुगूढस्यास्य विषयस्योपरि गवेयणा विधाय विपश्चितां छात्राणां
च कृते महानुपकारः कृतः । अथ च ग्रन्थममुमवलोक्यस्मद्देशीयाः पार्श्वात्पश्चिन्नासम्पन्नाश्च
विद्वान्तो विषयेऽस्मिन् गवेयणां कृत्वा इतोऽप्यधिकज्ञानप्रचारेण विशेषज्ञानद्वारोद्घाटनेन च
प्राचीनविदुषां गौरवं परं काष्ठा प्रापयिष्यन्तीति ।

वैशाखशुक्लपूर्णिमा

१३६१

श्रीउमेश्वरमिश्रः

प्रधानसम्पादकः

प्राक्तनम्

अवगच्छन्त्येव भवन्तो यद्भास्कराचार्येण स्वसिद्धान्तशिरोमणी गोलवन्धा-
धिकारे मगोले त्रिज्यागोले वा विमण्डलरचनावसरे “शीघ्रकर्णेन भक्तास्त्रिमंज्या
गुणाः स्युः परस्तेपभागा प्रहाणां स्फुटाः” इत्यादिना चन्द्रादीनां महार्णां स्फुटान् शरां-
शान् ज्ञात्वा विमण्डलानि घृताकाराणि वद्धानि । तत्रैव स्वस्वविमण्डले पूर्वोक्ता प्रहा
भ्रमन्ति इत्युक्तम् । ततः पूर्वन्तु केनापि भारतीयगणितज्ञेनाय विषयो न स्पष्टः । तत्-
पश्चादपि प्राचीनमतसङ्गठनपरः सूर्यभक्तः परमोद्भटः कभलाकरभट्टोऽपि न किमप्य-
स्मिन् विषये लिखितवान् । परन्तु काश्यामस्मद्गुरुचरणानां महामहोपाध्यायानां
परिद्वतभीमुधाकरद्विवेदिना समय एव पूर्वोक्तस्फुटशरानयने शाम्नाथचर्चा कुर्वाणानां
तदीयशिष्याणां श्रीहरीभा-श्रीचतुर्भुजमिश्र-श्रीअष्टमप्रभृतीनां ज्योतिर्विज्ञाननिष्णा-
तानां महतां पाण्डित्यानां मध्ये चर्चाऽजनि यद्भास्कराचार्यानीतमगोलीयविमण्डल प्रति-
भाबोधकयुक्त्या न घृताकारं भवतीति । परञ्च क आकारो भवेद्विमण्डलाय त्रिज्यागोले
एनत्रिज्यो न जातः । परमिमं विषय श्रीगुरुचरणानामेव मुद्रात् श्रुतवता मया तेषा-
मेवानुसन्ध्या क्रियानायासः प्रारब्धः । कठिनपरिश्रमेणान्यमनस्कैत मया समये
समयेऽत्रत्यसिद्धान्तगवेषणयाप्युक्तग्रन्थसमालोचनया च इदं वक्रं स्थिरीकृतं यदिदं वक्रं
अनेकधरातलीय कर्मशृङ्गाकृति भवेत् वा द्वितीय नामास्य वक्रस्य गौलिकदीर्घघृतमपि
यक्तुं शक्यते । अथ चास्य वक्रस्य विषये न किमपि पारचार्यैः डाक्टर कर्ण-मान्यवर-
गौड प्रे - मान्यवरपार्करप्रभृतिभिः ज्योतिषपरिद्वतैः मतं प्रकाशितम् । अस्मिन्नपि
वक्रे सरलदीर्घघृतवद्वैद्वयः सिद्धान्ता घटन्ते । शृङ्खलासलबुज्यासभुजकोट्यादी-
नामपि विन्यासाः सरलदीर्घघृतवत् सन्ति । आशास्यते च मम मित्राणि गरीयांसो
विद्वांसश्च अत्रत्यश्रुतिं परिशोध्य मा कृतार्थमिष्यन्ति तथा च वक्तोयवैशिष्ट्यमवगत्या-
नन्दागुप्तय करिष्यन्ति । एव मम परिश्रमोऽपि सफलो भविष्यतीति ।

अस्य ग्रन्थस्य प्रकाशने प्रथम विहारराजान् प्रति धन्यवादं वितरामि चेपामनु-
षङ्गया वक्रमिदं विदुषां पुरतः प्रकाशितमभूत् । ततः परमव्रत्य-डाइरेक्टर-महामहो-
पाध्याय-परिद्वतभीमदुमेशमिश्रेभ्यो धन्यवादं ददामि ये शलु अत्रत्यं राजानं सम्बोध्य
पुतकमिदं मुद्रापयितुं प्रयासं कृतवन्तः तथा च संशोधनादौ महत्साहाय्यमकुर्वन्ति ।

विनीतः

श्रीदयानाथ(नन्द)भा

विमण्डलवक्रविचारस्य विषयसूची

	पृ०	पं०
(१) मङ्गलाचरणम्	१	१
(२) ज्योतिषविज्ञानस्य महत्त्वम्	१	४
(३) एतद्वचनस्याद्भुतत्वम्	१	६
(४) विमण्डलवक्रस्य परिभाषा	१	१९
(५) वक्रस्य चतुतः स्थितिः दृग्गोले	१	१७
(६) विमण्डलाधारसूच्यां स्थिरत्रिभुजस्य निर्णयः	२	१
(७) विमण्डलाधारसूच्याः कथं विपमत्वम्	२	१७
(८) प्रचलितवक्रेषु एतस्य निवेशोऽस्ति न वा	३	२
(९) दीर्घपृष्ठपरवलयदिक्केषु वक्रस्य गणनानि भवेयुः, तस्य निर्णयः	३	३
(१०) वक्रस्य साधारणतया व्यासस्य स्वरूपम्	३	१२
(११) अयमनुमितो व्यासः कदा परमो भवेत् ?	४	८
(१२) परमव्यासस्थले एव भास्करस्य मतं सत्यम् घटते इति कथम् ?	४	१६
(१३) वक्रस्य परमाल्पो व्यासः कदा ?	४	२०
(१४) विपमसूच्याः किञ्चन्तः सिद्धान्ताः प्रतिपाद्यन्ते ?	४	२५
(१५) विपमसूचीमध्यस्थव्यासाधारत्रिभुजम्	५	१
(१६) सर्वेषु व्यासाधारत्रिभुजेषु भुजयोर्वर्गभेदः स्थिरः समानो भवेत् तदर्थं समीकरणम्	५	२-१७
(१७) प्रथमसिद्धान्तप्रतिपादनम्	६	१२
(१८) कस्य कणद्वयस्य घातः परमः परमाल्पो वेति निर्णयः द्वितीयः सिद्धान्तश्च	७	१-२३
(१९) अथ तृतीयसिद्धान्तसूत्रम्	८	२
(२०) व्यासाधारत्रिभुजेषु कस्य शीर्षकोणः परमः कस्य शीर्षकोणः परमाल्प इति निर्णयिते	८	४
(२१) कदा सर्वे शीर्षकोणाः समानाः	९	१६
(२२) विमण्डलाधारीयविपमसूचीस्थस्थिरत्रिभुजशीर्षकोणः सम- कोणतुल्योऽधिकोऽल्पो वेति विचारः	९	१६
(२३) सूत्रम् ३	९	२०
(२४) विमण्डलन्यासाधारत्रिभुजेषु सर्वे शीर्षकोणाः प्रत्येकम् सम- कोणाधिकाः तत्रात्र स्थिरत्रिभुजीयशीर्षकोणः सर्वाधिको भवेत्	१७	८
(२५) अयं चतुर्थः सिद्धान्तः	१०	६

	पृ०	पं०
(२६) कभ्यां स्थितौ स्थिरत्रिभुजोयशीर्षकोणः परमाल्पो भवेत् तस्य निर्णयः	१०	२०
(२७) समीकरणरीत्या परमाल्पशीर्षकोणस्य निर्णयः । एतदर्थं पञ्चमः सिद्धान्तः	११	१२
(२८) परमाल्पपरमाधिकशीर्षकोणयोर्निर्णयं विधाय तद्वशेन स्थिति- यशेनायं व्यासः कदा परमाल्पः परमाधिक इति निर्णीतम्	११	२२
(२९) इति षष्ठः सिद्धान्तः	११	२३
(३०) व्यासाधारीयसमद्विभुजशीर्षकोणः तथा स्थिरत्रिभुजशीर्ष- कोणार्धकर्त्रो रेखा यत्र स्थिरत्रिभुजोयव्यासे लग्ना तद्व्यासो- परि लम्बरूपपूर्णज्याप्रगामिनौ यौ कर्णौ ताभ्यां लम्बरूपपूर्ण- व्यायां च यत् समद्विभुजं त्रिभुज जातं अनयोः पूर्वोक्तसमद्विभुज- त्रिभुजद्वयस्य शीर्षकोणयोः कतरः कर्णोऽधिकस्त्वस्य निर्णयः क्रियते	१२	१
(३१) तदर्थं क्षेत्रम् ४	१२	६
(३२) पूर्वोक्तसमद्विभुजत्रिभुजशीर्षकोणयोन्यूनोऽधिकार्थं समीकरणं प्रारभ्यते	१३	१
(३३) व्यासाधोरसमद्विभुजत्रिभुजक्षेत्रम् ५ पञ्चम्	१४	२
(३४) क्षेत्रवशतः एतत्समद्विभुजशीर्षकोणार्धस्पर्शरेखावर्गसमी- करणमुपपाद्यते	१४	३
(३५) क्षेत्रं ६ षष्ठं गृहीतम् एतत् क्षेत्रवशतः शीर्षकोणार्धस्थानीयपूर्णज्याप्रद्वयवशतो यत् समद्विभुजत्रिभुजं तस्य शीर्षकोणार्धस्पर्शरेखावर्ग समी- करणमुपपाद्यते	१५	१०
(३६) शीर्षकोणार्धस्पर्शरेखावर्गार्थमपरप्रष्टे समीकरणम्	१६	
(३७) अत्र षष्ठः सिद्धान्तः मभाप्तः	१८	
(३८) अधुना स्थिरत्रिभुजशीर्षकोणतः पूर्वोक्त्याधारीयशीर्षकोणो न्यूनोऽधिको वाऽस्य विचारः क्रियते	१८	२
(३९) सप्तमं क्षेत्रम्	१६	
(४०) पूर्वोक्त्याधारसमद्विभुजशीर्षकोणः स्थिरत्रिभुजशीर्षकोणा- दधिकः सिद्धः	२०	

(४१)	अयमेव सप्तमः सिद्धान्तः	२१	१७
(४२)	भगोले पूर्वाज्याधारशीर्षकोणसंमुखचापम् स्थिरत्रिभुजतीयशीर्ष- कोणचापेन परस्परमघितम् भवेत्	२२	१३
(४३)	एतच्चापद्वयं परस्परं लम्बरूपं भगोले भवेत् एतन्निर्णयः	२२	१४
(४४)	एतं चापे परस्परं लम्बरूपे सिद्धे	२३	५
(४५)	एतयोरेव स्थिरत्रिभुजशीर्षकोणसंमुखचापं भगोले वक्रस्य लघु- व्यासः, पूर्वाज्याधारत्रिभुजशीर्षकोणसंमुखं चापं बृहद्व्यासः वक्रस्य भवति	२३	१७
(४६)	अष्टमं क्षेत्रम्	२३	११
(४७)	लघुव्यासोपरि अर्धस्थानतः उभयदिशि समानचापागते ये वक्राये चापे लम्बरूपे भवेता ते अपि समाने कश्चेतस्य निर्णयो लिख्यते	२४	४
(४८)	लघुव्यासाध्यानतः उभयदिशि समानचापे य, य _१ , मितमगते वक्रायेपूर्णचापेषुना समाने सिद्धे	२६	१८
(४९)	अयमेवाष्टमः सिद्धान्तः येन पूर्वोक्तविषयः सिद्धः	२६	१६
(५०)	अतः परं वक्रस्य स्वरूपं प्रदर्श्यते तथा च वक्रस्य स्वरूपं क्षेत्र- रीत्या प्रदर्श्यते । क्षेत्रं नवम् यकं नाम गोलादिदीर्घं घृत्तं वा कूर्मपृष्ठाकृतिं वक्रम् भवेत्	२७	३
(५१)	इतः परं वक्रस्य सर्वेऽवयवाः सरसदीर्घवत् प्रविपाद्यन्ते को बृहद् व्यासः कश्च लघुव्यासः कश्चेष्टव्यासः किं केन्द्रमित्यादि कृत्य वक्रमर्धितं भवेत् प्रायः सर्वेऽवयवाः सरसदीर्घघृत्तं घटन्ते को भुजः काऽत्र वोदिरित्यादि	२७	१५
		२८	२४

श्रीतारा

विमण्डलवक्रविचारः

प्रणम्य तारिणीमाद्यामादौ तस्मात् परं गुरुम् ।
विमण्डलस्य वक्रस्य विचारं वच्मि विन्मुदं ॥१॥
सन्ति विज्ञानशास्त्राणि विविधान्यधुना बुधाः ।
तेष्विदं ज्योतिषं शास्त्रं श्रेष्ठं वैज्ञानिकैर्मतम् ॥२॥
तत्रेदमद्भुतं वक्रं पूर्वपश्चिमदेशिभिः ।
नाधुनागार्धं संस्पृष्टं तद्विचारे स्थितोऽस्म्यहम् ॥३॥
जगन्माता जगत्तारा देवैर्ब्रह्मादिभिः स्तुता ।
कारयत्येव यत्कर्म निश्चितं तत्करोम्यहम् ॥४॥

प्रथमं विमण्डलवक्रस्य परिभाषा निर्णीयते । विम्बस्य सूर्यादिग्रहाणां वास्तविकधनपिण्डात्मकस्वरूपाणां यन्मण्डलं भ्रमणमार्गः, तदेव विम्ब-मण्डलम्, अथ वा लघुस्वरूपं विमण्डलमित्युच्यते ।

विमण्डलसम्बन्धि यद्वक्रं अर्थात् प्रतिभाचोघरूप्युक्त्या ग्रहगोलीय-विमण्डलस्य भगोले त्रिज्यागोले वा परिणामनेन यद्वक्रमुत्पद्यते तदेव वक्रं विमण्डलवक्रमित्युच्यते ।

अत्र च परिणामने स्वल्पान्तरात् भूषष्ठभूकेन्द्रयोरभेदात् भूकेन्द्रं मुख्य-स्थानं मतम् । यथा प्राचीनैर्भास्करादिभिः भगोले शरादिज्ञानार्थं विमण्डल-बन्धनान्तरे भूकेन्द्रादेव मार्गो व्युत्पत्त्या गृहीताः । अर्थात् भूकेन्द्रमेव परिणामनस्य मुख्यस्थानं तैः स्वीकृतम् ।

अतोऽधुना भूकेन्द्रतः ग्रहगोलीयविमण्डलाधाम्नी निर्मायते । तस्याः सूर्याः कर्त्ता यत्र यत्र भगोलेऽथ वा दृग्गोलेऽथ वा त्रिज्यागोले लगेष्टुम्नत्र तत्र य आकार उत्पद्यते तदेव विमण्डलवक्रम् । तस्य प्रथमं विस्तारस्य दैर्घ्यस्य च विचारः त्रियते ।

अत्र सूच्यां प्रथमं स्थिरत्रिभुजस्य निर्णयः क्रियते । ग्रहगोलीयोच्च-
देशात् विमण्डलोपरि लम्बवृत्तं क्रियतां, तद्वृत्तमुभयदिशि यत्र विमण्डले
लगेत् तद्विन्दुद्वयगतं भूकेन्द्रतः कर्णद्वयं गृह्यताम् । तथा च उभयविन्दुगतो
विमण्डलस्य व्यासरेखा । एतामिसिसृभी रेखाभिर्जायमानमत्र विषमसूच्याः
स्थिरत्रिभुजं भवेत् ।

अत्र विमण्डलस्य भूकेन्द्रे केन्द्रामावात् विषमैव सूची भवेत् । स्थिरत्रिभुज-
लक्षणं यदाधारवृत्तधरातले लम्बरूपं, अथ च आधारवृत्तव्यासाधारं भवेत्,
तथा च सूच्या वृहत्तमलघुतमकर्णां तत्रैव त्रिभुजे भवेताम् । अत्र यदिष्टवृत्तम्
उच्चाद्विमण्डले लम्बरूपं तद्वृत्तस्य धरातलस्य भूकेन्द्रेऽपि सत्ताऽस्ति ।
अथ च विमण्डलस्य विन्दुद्वयेऽपि चततः प्राक् त्रिभुजं सर्वथा सर्वात्मना विमण्ड-
लोपरि लम्बरूपवृत्तधरातलेऽस्ति । परञ्च एतदिष्टवृत्तधरातलं विमण्डले
लम्बरूपम् । तत इदमपि त्रिभुजधरातलं लम्बरूपम् । अथ च उच्चात् प्रथम-
विन्दोः विमण्डलस्य सर्वविन्द्वपेक्षया नैकव्यात् तत्रत्यः परमदीर्घकर्णः अथ
च द्वितीयविन्दोः उच्चात् परमदूरान्तरात् परमाल्पकर्ण इति गोलीयरेखा
गणितसरलरेखागणिताभ्यां सुस्पष्टम् । ततः प्राक् त्रिभुजं विमण्डलधरातले
लम्बरूपम् । तत्रैव सूच्याः वृहत्तमलघुतमकर्णां वर्तेते । अथ चाधारवृत्तस्य
विमण्डलस्य व्यासः तदीयाधारः । अत इदं त्रिभुजं स्थिरत्रिभुजम् ।

अथ प्रथममेतत् स्थिरत्रिभुजमधिकृत्य विचार्यते यद्भगोले परिणतं
वृत्तं किमपि प्रचलितवक्रमध्ये सन्निविष्टमस्ति न वा ? मन्यतां तान् भगोले
यद्भवत् तदेकधरातलीयं किमपि । तदवस्थायां तद्वक्रधरातलस्थिरत्रिभुज-
धरातलयोगरेखायाऽर्थात् भगोलीयस्थिरत्रिभुजकर्णद्वयान्तःपातिपूर्णज्याया
आधाररूपया यद्भूकेन्द्रतः त्रिभुजमुत्पद्यते भगोलाधारे तत् त्रिभुजं सर्वसमतं
स्पष्टं समद्विबाहुकम् । यतः भूकेन्द्राद्भगोलान्तं सर्वत्रान्तरं त्रिज्यातुल्यमिति ।
अथ च प्राक् स्थिरत्रिभुजं तु विषमत्रिभुजम्, तत्र कर्णयोर्न्यूनाधिक्यमात् ।
अतः समद्विबाहुकत्रिभुजविषमत्रिभुजयोः कदाचिदपि कोणत्रयस्य साम्यं न
भवेत् । अत्रैकः कोणस्त्वेक एव शीर्षगतः । आधारलम्बानपि कोणौ अनयोः

समविपमत्रिभुजयोः समत्वं न भजेते । ततः प्रतिभावोधकयुक्तया वक्रस्य वृत्तत्व-
कल्पनाऽसम्भवा ।

ननु वृत्तादितरेषां दीर्घवृत्तादीनां वक्राणां सम्भावनाया अपि निरर्थः
क्रियते । अत्र सूचीछेदनव्यवस्थया एकस्मिन् पार्श्वे असमानान्तरधरातलेन
छिद्यमाना विपमा सूची वृत्तव्यवस्थातः इतरस्थितौ दीर्घवृत्तस्य सम्भावनाऽस्ति ।
परञ्च गोलपृष्ठोपरि एकधरातलीयं किमपि वृत्तेतरवक्रं गोलीयरेखागणितयुक्त्या
“यदि गोलघनक्षेत्र”मित्यादिना न भवितुमर्हति । अतो दीर्घवृत्तस्य
सुतरां रण्डनं जातम् । अथ चातिपरवलयपरवलयादीनामप्येकधरातलीय-
वक्राणामपि गोलपृष्ठोपरि न निवेशो भवेत् । अथ वा ससीमगोलपृष्ठोपरि
असीमवक्रस्यातिपरवलयपरवलयद्वयस्य निवेशासंभवात् । अतोऽत्र जिज्ञासो-
दयति यदवश्यमेव किमपि विशिष्टं वक्रमनेकधरातलीयं भवेदेव । यच्छेदन-
क्षेत्रं कमपि गोलपृष्ठमागमयित्वाप्नोति ।

तत्र विपमसूचीक्षेत्रं स्थिरत्रिभुजधरातलेन समानमुभयपार्श्वे विमज्यमानं
वर्तते । ततः प्रत्यक्षमेवानुमानेन वा संभाव्यते यद्विपमसूच्याः समानः समानः
अर्धभागः स्थिरत्रिभुजादुभयपदिशि भगोले परिणामनेन वक्रस्य स्थिरत्रिभुज-
धरातलादुभयपदिशि समानं ममानमेव भागं व्यनक्ति यस्य स्फुटीकरणमग्रे
गणितद्वारा वक्रीयसिद्धान्तवलेन भविष्यति । अधुना स्थिरत्रिभुजीय-
विमण्डलव्यासरेखा भगोले परिणता यच्चापमभिध्याप्नोति तच्चापमेव वक्र-
स्यैकधापीयो व्यासो भवेत् । तत एव उभयपदिशि वक्रं समानं द्विविभक्तं
भवेत् । यतः प्राकृतनविमण्डलीयव्यासरेखोपरि लम्बमानाः यावत्यः पूर्णज्याः
विमण्डलधरातलगता भवेयुः ताम्यः प्रत्येकपूर्णज्यया उभयपार्श्वीयममाम्पां
च कर्णाम्पां यत् यत् ममद्विबाहुत्रिभुजं भवेत् सा च पूर्णज्या भगोले परिणता
यद्यच्चापं व्याप्नोति ततच्चापपूर्णज्या स्वस्वविमण्डलीयपूर्णज्यया
समानान्तरा भवेत् । भगोलेऽपि त्रिज्यातुल्यरुर्णयोः ममत्वात् । ममद्विबाहुत्वं
विमण्डलीयपूर्णज्याधारेऽपि त्रिभुजस्य समद्विबाहुकत्वम् । ततो द्वयोः
समानान्तरत्वात् मध्यगतस्थिरत्रिभुजीयधरातलोपरि द्वयोर्लम्बत्वाच्च भगोले

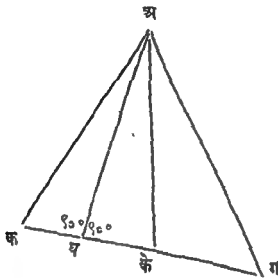
स्थिरत्रिभुजीयाधाररेखोपरि भगोलीयपूर्णज्याया लम्बत्वात् भगोलाधारेण पूर्णज्याऽर्धिता लम्बरूपा च भवेत् । अतः स्थिरत्रिभुजादुभयपार्श्वे चापमानमपि पूर्णज्याक्रान्तं समानं द्विविभक्तं भवेत् । अतः स्थिरत्रिभुजीयचापादुभयपार्श्वे सर्वाणि चापानि लम्बरूपाणि समानं द्विविभक्तानि जातानि । अतः स्थिर-
त्रिभुजीयवक्रचापं सर्वाणि लम्बचापानि समानं विभजते । अतः स्थिर-
त्रिभुजीयचापं वक्रस्य मध्यगतं भवेत्, मध्यगतत्वात् । इदं चापं वक्रस्य कोऽपि
व्यासो भवितुमर्हति ।

इदं चापं कदा महत्तमं भवेत् ? अर्थात् कस्य वक्रस्येदं चापं स्थिरत्रिभुज-
धरातलगतं परमं भवेदिति । तत्र जिज्ञासायां यदा स्थिरत्रिभुजस्य भूकेन्द्रसंलग्न-
शीर्षकोणः परमाधिकः तदा तत्संमुखचापमपि स्थिरत्रिभुजधरातलीयं परमं
भवेत् । परञ्च यदा सूचीसत्ता भवेत् तदा तु निश्चितमस्ति यत् स्थिरत्रिभुजीय-
शीर्षकोणः समकोणद्वयादल्पो भवेत् । यदा विमण्डलं उच्चदेशे गच्छेत् तदा
तु भूकेन्द्रेऽपि विमण्डलधरातलसत्ता भवेत् । तदा भूकेन्द्रतो विमण्डलाधारा
सूची नोत्पद्यते । अथ च स्थिरत्रिभुजशीर्षकोणस्तत्र समकोणद्वयसमानः । ततः
पूर्वोक्तचापमपि समकोणद्वय (१८०°) समानं भवेत् । वक्रमपि अत्र वृत्ताकारं
भवेत् परमञ्च वक्रमानं भवेत् । अत्रैव भास्करादिमतेन स्वीकृतं भगोले विमण्डलं
वृत्ताकारं सम्यक्तां गच्छतीति दिक् ।

अत्र पुनर्जिज्ञासोदयति यत् क स्थिरत्रिभुजीयविमण्डलवक्रस्य व्यासः
परमाल्पो भवेत् ? तत्स्थाननिर्णये बहूनि वस्तूनि तद्वक्त्रे निर्णेतव्यानि सन्ति
येषां ज्ञानेऽपि एतद्वक्रीयकृतिचन मिद्धान्ता उपयोऽयन्ते । ततः प्रथमं ॥ एव
मिद्धान्ताः समुच्यन्ते ।

अत्र विमण्डलाधारा विपमा सूची वर्तते । अनो विपमसूच्याः कियन्तः
मिद्धान्ता उच्यन्ते—

विषमसूचीमध्यस्थव्यासाधारं त्रिभुजद्वेत्रम् (१)



अत्र मन्यते प्रथमं स्थिरत्रिभुजम् । तत्र लघुतमः कर्णः=अक । बृहत्तम-
कर्णः=अग । आधारवृत्तव्यासः = कग । वृत्तकेन्द्रम् = के । कके = वृत्त-
व्यासार्द्धम् । गके = वृत्तव्यासार्द्धम् । अके = वृत्तकेन्द्रगता रेखा शीर्षतः ।

अघ = व्यासोपरि लम्बः ।

अकघ त्रिभुजे अक^२ = कघ^२ + अघ^२

अगघ त्रिभुजे अग^२ = गघ^२ + अघ^२

परञ्च कघ = केक - केघ.....(१)

गघ = केग + केघ

परञ्च केग = केक, व्यासार्धत्वात् ।

ततः गघ = केक + केघ.....(२)

अतः कघ^२ = (केक - केघ)^२

वा = केक^२ - २ × केक × केघ + केघ^२

एवम् गघ^२ = (केक + केघ)^२

= केक^२ + २ केक × केघ + केघ^२

अतः अक = केक^२ - २ केक × केघ + केघ^२ + अघ^२

एवम् अग^२ = केक^२ + २ केक × केघ + केघ^२ + अघ^२

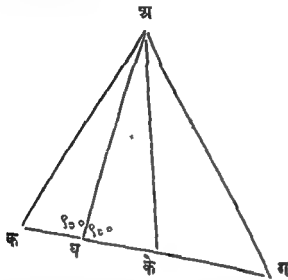
स्थिरत्रिभुजोपाधाररेखोपरि भगोलीयपूर्णज्याया लम्बत्वात् भगोलाधारेण पूर्णज्याऽर्धिता लम्बरूपा च भवेत् । अतः स्थिरत्रिभुजादुभयपार्श्वे चापमानमपि पूर्णज्याक्रान्तं समानं द्विर्निमित्तं भवेत् । अतः स्थिरत्रिभुजीयचापादुभयपार्श्वे सर्वाणि चापानि लम्बरूपाणि समानं द्विर्निमित्तानि जातानि । अतः स्थिर-
त्रिभुजीयवक्रचापं सर्वाणि लम्बचापानि समानं विभजते । अतः स्थिर-
त्रिभुजीयचापं वक्रस्य मध्यगतं भवेत्, मध्यगतत्वात् । इदं चापं वक्रस्य कोऽपि व्यासो भवितुमर्हति ।

इदं चापं कदा महत्तमं भवेत् ? अर्थात् कस्य वक्रस्येदं चापं स्थिरत्रिभुज-
धरातलगतं परमं भवेदिति । तत्र जिज्ञासायां यदा स्थिरत्रिभुजस्य भूकेन्द्रसंलग्न
शीर्षकोणः परमाधिकः तदा तत्संयुतचापमपि स्थिरत्रिभुजधरातलीयं परमं
भवेत् । परञ्च यदा सूचीसत्ता भवेत् तदा तु निश्चितमस्ति यत् स्थिरत्रिभुजीय-
शीर्षकोणः समकोणद्वयादल्पो भवेत् । यदा विमण्डलं उच्चदेशे गच्छेत् तदा
तु भूकेन्द्रेऽपि विमण्डलधरातलमत्ता भवेत् । तदा भूकेन्द्रतो विमण्डलाधारा
सूची नोत्पद्यते । अथ च स्थिरत्रिभुजशीर्षकोणस्तत्र समकोणद्वयसमानः । ततः
पूर्वोक्तचापमपि समकोणद्वय (१८०°) समानं भवेत् । वक्रमपि अत्र घृताकारं
भवेत् परमञ्च वक्रमानं भवेत् । अत्रैव भास्करदिग्गतेन स्वीकृतं भगोले विमण्डलं
घृताकारं सम्यक्तां गच्छतीति दिक् ।

अत्र पुनर्जिज्ञासोदयति यत् क स्थिरत्रिभुजीयविमण्डलवक्रस्य व्यासः
परमाल्पो भवेत् ? तत्स्थाननिर्णये गृह्णि वस्तूनि तद्वक्त्रे निर्णेतव्यानि गन्ति
येषां त्रानेऽपि एतद्वर्गीयकृतिचन मिद्वान्ता उपयोद्ध्यन्ते । ततः प्रथमं त एव
मिद्वान्ताः समुच्यन्ते ।

अत्र विमण्डलाधारा विषया सूची वर्तते । अतो विषयग्रन्थाः स्मरन्तः
मिद्वान्ता उच्यन्ते—

विमण्डलीमध्यस्थव्यासाधारं त्रिभुजचित्रम् (१)



अत्र मन्यते प्रथमं स्थिरत्रिभुजम् । तत्र लघुतमः कर्णः=अक । दृढतम-
कर्णः=अग । आधारवृत्तव्यासः = कग । वृत्तकेन्द्रम् = के । कके = वृत्त-
व्यासार्द्धम् । गके = वृत्तव्यासार्द्धम् । अके = वृत्तकेन्द्रगता रेखा शीर्षतः ।

अघ = व्यासोपरि लम्बः ।

अकय त्रिभुजे अक^२ = कघ^२ + अघ^२

अगय त्रिभुजे अग^२ = गघ^२ + अघ^२

परञ्च कय = केक - केघ.....(१)

गघ = केग + केघ

पुनश्च केग = केक, व्यासार्धत्वात् ।

ततः गघ = केक + केघ.....(२)

अतः कय^२ = (केक - केघ)^२

॥ = केक^२ - २ × केक × केघ + केघ^२

एवम् गघ^२ = (केक + केघ)^२

= केक^२ + २ केक × केघ + केघ^२

अतः अक^२ = केक^२ - २ केक × केघ + केघ^२ + अघ^२

एवम् अग^२ = केक^२ + २ केक × केघ + केघ^२ + अघ^२

अनयोर्योगः द्विघ्नघातस्य घनर्णयोः समत्वान्नाशे कृते

$$अक^2 + अग^2 = २ केक^2 + २ केघ^2 + २ अघ^2$$

$$= २ (केक^2 + केघ^2 + अघ^2)$$

परञ्च 'अघके' जात्यत्रिभुजे केघ^2 + अघ^2 = अके^2

$$अतः अक^2 + अग^2 = २ (केक^2 + अके^2)$$

$$वा = २ \left\{ \left(\frac{वृत्त}{२} \right)^2 + केन्द्रगतमध्यरेखा^2 \right\}$$

$$अतः लक^2 + वृक^2 = २ \left\{ \left(\frac{वृत्त}{२} \right)^2 + केशीर्पतमरेखा^2 \right\}$$

अथात्र विषमसूच्यां व्यासाधाराणि बहूनि त्रिभुजानि सन्ति । सर्वस्मिन् त्रिभुजे सूचीशीर्पतो घृतमध्यगता रेखा एकैव सर्वत्रिभुजनिष्ठा । अथ च घृत-व्यासार्धं सर्वत्र समानमेव । अतः सिद्धं यत् सर्वस्मिन् व्यासाधारत्रिभुजे

$$भुजद्वयवर्गयोगः = \left\{ \left(\frac{वृत्त}{२} \right)^2 + शीर्षमध्यरेखा^2 \right\}$$

समान एव भवेत् ।

इत्येकः प्रथमः सिद्धान्तः ।

अथ द्वितीयः सिद्धान्तो विविच्यते—

अधुना विचार्यते यदेतेषु व्यासत्रिभुजेषु भुजद्वयघातः अथ वा कर्ण-द्वयघातः कस्य त्रिभुजस्य परमाल्पः कस्य महत्तमः भवेत् ? एतस्य विचारः क्रियते । अत्र सर्वेषु व्यासाधारत्रिभुजेषु एकं समद्विबाहुकं त्रिभुजं भवेत् । यस्य व्यासः स्थिरत्रिभुजीयव्यासोपरि लम्बो भवेत् । तद्व्यासाधारत्रिभुजे भुजद्वयान्तरं परमाल्पं अर्थात् शून्यमितम् ।

अथ च स्थिरत्रिभुजीयभुजद्वयमत्र एको लघुतमः कर्णः, एकश्च महत्तमः कर्णः । अतोऽन्योन्यन्तरं परमाधिकं भवेत् ।

अतः इष्टस्यास्तीयभुजद्वयान्तरं स्थिरत्रिभुजीयवर्णद्वयान्तरतो न्यूनं, अथ च समद्विबाहुकर्णद्वयान्तरतोऽधिकं भवेत् ।

अथ स्थिरत्रिभुजीयकर्णद्वयस्य संकेतनाम 'ल वृ' ।

समद्विबाहुत्रिभुजकर्णद्वयस्य नाम 'स, स_१' ।

इष्टस्थानीयकर्णद्वयस्य नाम इ, इ_१ ।

अतः पूर्वयुक्त्या

$$वृ - ल > इ - इ_1 > स - स_1$$

एतेषां वर्गाः—

$$वृ^2 + ल^2 - २ \times वृ \times ल > इ^2 + इ_1^2 - २ इ \times इ_1 >$$

$$स^2 + स_1^2 - २ स \times स_1 = ०$$

परञ्च पूर्वसिद्धान्तेन

$$वृ^2 + ल^2 = इ^2 + इ_1^2 = स^2 + स_1^2$$

सर्वे समानाः ।

अतः समानकर्णद्वयवर्गयोगस्य निष्काशनात् पूर्वविषयीकरणम् ।

$$-२ \times ल \times वृ > -२ इ \times इ_1 > -२ स \times स_1$$

अतः पक्षपरिवर्तनेन

$$२ इ \times इ_1 > २ \times ल \times वृ$$

एवम् पक्षपरिवर्तनेनैव च

$$२ स \times स_1 > २ इ \times इ_1$$

अतः सिद्धम्

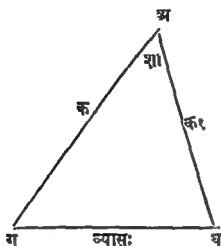
$$२ म \times म_१ > २ इ \times इ_१ > २ ल \times वृ$$

$$वा = म \times स_१ > इ \times इ_१ > ल \times वृ$$

एतेन सिद्धम्—यत् स्थिरत्रिभुजीयकर्णद्वयपातः सर्वेभ्यो व्यामाधारीय-
त्रिभुजरूपार्णद्वयपातेभ्यः प्रत्येकतः अल्पः मिदः । अथ च व्यामाधारसमद्वि-
बाहुत्रिभुजस्य कर्णद्वयपातः सर्वेभ्यो पातेभ्यः प्रत्येकतः अधिकः मिदः ।

इति द्वितीयः सिद्धान्तः ।

अथ तृतीयः सिद्धान्तो विविच्यते—चेत्रम् (२)



अधुना विचार्यते एतेषु व्यासाधारत्रिभुजेषु कस्य त्रिभुजस्य शीर्षकोणः परमाधिकः कस्य परमाल्पो भवेदिति ?

किमपि त्रिभुजं व्यासाधारं गृहीत्वा विचार्यते ।

तत्र प्रथमकर्णाः = क । द्वितीयकर्णाः = क_१ । आधारः = गघ = धृत्तव्यासः । शीर्षकोणः = शी ।

तत्र त्रिकोणमिता

$$क^2 + क_1^2 - २ \times क \times क_1 \times \text{कोज्या शी} = गघ^2 = व्यास^2$$

$$\text{अत्र त्रि} = १$$

वा पदान्तरकरणेन

$$\frac{क^2 + क_1^2 - व्यास^2}{२ \times क \times क_1} = \text{कोज्या शी}$$

एवमत्र सर्वत्र त्रिभुजे कर्णद्विषययोगः । तत्र व्यासमर्गो न्यूनः भाज्ये भवेत् । हरश्च कर्णद्विषयातः द्विगुणितो भवेत् । परञ्च भाज्यः सर्वत्र समानो भवेत् । यतः $क^2 + क_1^2 = \text{वर्गयोगः} = \text{सर्वत्रिभुजे पूर्वसिद्धान्तेन समानः ।}$ व्यासमर्गश्च समान एव । ततोऽन्तरतुल्यो भाज्यः समान एव । हरः कर्णद्विषयातः

द्विगुणितः। तत्र व्यासाधारीयसमद्विबाहुकत्रिभुजीयकर्णघातः सर्वेभ्योऽधिकः।
स्थिरत्रिभुजीयकर्णद्वयघातः सर्वेभ्योऽल्पः। अतः फलरूपा शीर्षकोणकोटिज्या
समद्विबाहुरुत्थले सर्गल्या भवेत्। अथ च स्थिरत्रिभुजीयशीर्षकोणकोटिज्या
सर्गाधिका भवेत्। अतो यदा शीर्षकोणः समकोणाल्पः प्रथमपदीयः तदा तु
स्थिरत्रिभुजीयशीर्षकोणः सर्वेभ्यः शीर्षस्थानीयकोणेभ्यः प्रत्येकस्मादल्पो भवेत्।
अथ च समद्विबाहुकत्रिभुजशीर्षकोणः सर्वेभ्योऽधिको भवेत्। यदि च कोणः
समकोणाधिकः तदा कोणकोटिज्या ऋण्यात्मिका, तदा कोणकोटिः समकोणे
योज्यते तदा शीर्षकोणः स्यात्। तदवस्थायां स्थिरत्रिभुजीयशीर्षकोणः सर्गाधिकः।
समद्विबाहुकत्रिभुजीयशीर्षकोणः सर्गल्पः स्यात्। अत्रैव तृतीयसमीकरणे यदि
 $k^2 + k^4 = व्यास^2$ तदा भाज्यः = ०

हरः द्विगुणकर्णघातः

तेन विभक्तं फलम् = ० = कोन्या शी

सर्वेषु त्रिभुजेषु तदा

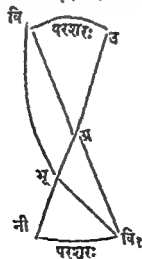
सर्वत्रिभुजे शीर्षकोणः = $६० - ०$
= ६०

समकोणसमानः

तदवस्थायाः सर्वे शीर्षकोणाः समानाः भवन्ति यथान् ६० तुल्या भवेयुः।

अधुना प्रकृते विमण्डलाधारनिपमञ्चन्याः शीर्षकोणः समकोणाधिकः,
समकोणाल्पः, समकोणतुल्यो वा स्यादिति विचार्यते।

चेनम् (३)



यदवस्थायां विमण्डलं उच्चस्थानात् परमशरान्तरे भवेत् तदवस्थायां निर्णेष्यमाणः स्थिरत्रिभुजीयकोणः परमाल्पो भवेत् । सोऽपि कोणोऽत्र समकोणाधिक एव भवेत् । यतः नीचासन्नेऽपि $<$ नीभूर्विः कोणः परमभगोलीय-परमः शरः समकोणाल्पः । स च यदा १८०° — अत्रोनीक्रियते तदाशेषः $>$ विभूड कोणः समकोणाधिकोऽवशिष्यते । तत्र यदा विभूड कोणो योज्यते तदा $<$ विभूर्विः कोणः स्थिरत्रिभुजीयशीर्षकोणः सुतरां समकोणाधिकः । अयं च यदा समकोणाधिकस्तदा सर्वे समकोणाधिकाः । ततोऽप्यधिकः स्थिर-त्रिभुजीयकोणो भवेत् ।

इति चतुर्थः सिद्धान्तः ।

पूर्वं सर्वेषु स्थिरत्रिभुजेषु उच्चस्थानीयविमण्डलाधारीयस्थिरत्रिभुजशीर्षकोणाः परमाधिकाः पूर्वसिद्धः । अधुना कः परमाल्पस्तस्य विचारः क्रियते ।

अत्र यावन्ति स्थिरत्रिभुजानि भवेयुः तेषु सर्वेषु कयोः स्थिरत्रिभुजीय-लघुतमवृहत्तमकर्णयोरन्तरं परमाल्पं भवेत् ? इति विचार्यते । इदं यदा उच्चस्थानात् विमण्डलं परमशरान्तरे भवेत् तदा विमण्डलीयोच्चकर्णाः सर्वस्थानीय-विमण्डलीयोच्चकर्णोभ्यः प्रत्येकस्मात् अल्पः । यतः उच्चात् दूरान्तरे वर्तते । अयमेव कर्णाः स्थिरत्रिभुजे सर्वत्र वृहत्तमकर्णाः । अथ च नीचस्थलात् अत्र विमण्डलीयनीचकर्णाः परमनीचकर्णात् दूरे भवेत् । तथा च अन्यप्रत्येभ्यः विमण्डलीयनीचकर्णोभ्यः प्रत्येकस्मात् अयं विमण्डलीयनीचकर्णः परमाधिरुः । अयमेव कर्णाः स्थिरत्रिभुजे लघुतमकर्णाः । अतः सर्वप्रत्येभ्यः वृहत्तमलघुतमकर्णान्तरेभ्यः प्रत्येकस्मात् अत्र वृहत्तमलघुतमकर्णान्तरं परमाल्पं भवेत् ।

अथात्रस्थलीयवृहत्तमकर्णलघुतमकर्णयोर्नाम लघुमर्केनेन वृहत्तम-
कर्णः = वृ । लघुतमकर्णः = ल

अन्यस्थलीयवृहत्तमकर्णः = वृ१

लघुतमकर्णः = ल१

अतः पूर्वपुत्थान्तरम् = वृ - ल $<$ वृ१ - ल१

पक्षयोर्वर्गः

$$वृ^2 + ल^2 - २ \times वृ \times ल < वृ_१^2 + ल_१^2 - २ वृ_१ \times ल_१$$

परञ्च सर्वासु विमण्डलाधारासु विपमासु सूचीषु व्यासः स्थिरः । मध्यगता रेखा भूकेन्द्रग्रहगोलकेन्द्रयोरन्तरमिताऽन्त्यफलज्या स्थिरा । अतः पूर्व-सिद्धान्तेन सर्वत्र बृहत्तमलघुतमकर्णयोर्वर्गयोगः समानः स्थिर एव आगच्छेत् । ततः $वृ^2 + ल^2 = वृ_१^2 + ल_१^2$

ततः समयोर्नाशेन

$$- २ ल \times वृ < - २ ल_१ \times वृ_१$$

अथ वा पक्षान्तरेण

$$२ वृ_१ \times ल_१ < २ वृ \times ल$$

$$\text{वा } वृ_१ \times ल_१ < वृ \times ल \dots\dots (५)$$

इति पञ्चम सिद्धान्तः ।

अधुना विचार्यते कस्य स्थिरत्रिभुजस्य कोणाः शीर्षाण्यः परमाल्पो भवेत् ?

अथ त्रिकोणमित्या पूर्वोक्तत्रिभुजयोरेव

$$\text{शीर्षकोणकोटिज्या} = \frac{ल^2 + वृ^2 - व्या^2}{२ \times ल \times वृ} \quad (१)$$

$$\text{शीर्षकोणकोटिज्या} = \frac{ल_१^2 + वृ_१^2 - व्या^2}{२ \times ल_१ \times वृ_१} \quad (२)$$

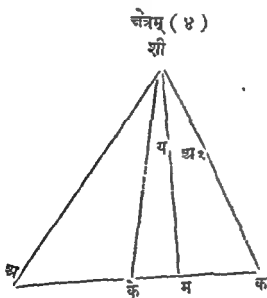
अथ विमण्डलव्यासः एक एव । अत्र सर्वत्र स्थिरत्रिभुजे शीर्षकोणस्य समकोणाधिकात् कोणकोटिज्या ऋणात्मिका ।

परमत्र समीकरणाद्वे (१) (२) परमशरान्तरस्थानीयकर्णद्वयघातः परमाधिकः । अतस्तत्रत्यफलं परमाल्पं शीर्षकोणकोटिज्यामानम् । अतः (१) - प्रथमसमीकरणस्थफलं परमाल्पम् । अतस्तत्रत्यशीर्षकोणकोटिज्या परमात्मिका ऋणात्मिका च भवेत् । तच्चापं यदा नवत्यां योज्यते तदा तत्र शीर्षकोणः सुतरां सिद्धः परमाल्पः । अत एव तत्रस्थलीयशीर्षकोणसंमुखः भगोलीय-विमण्डलवक्रव्यासः परमाल्पः स्यात् । उच्चस्थले परमाधिको व्यासः स्यात् ।

इति षष्ठ सिद्धान्तः ।

अधुना विचार्यते—यत् विमण्डल्यां व्यासाधारं समद्विबाहुकत्रिभुजं वर्तते तस्य शीर्षकोणो यो भवेत् अथ च स्थिरत्रिभुजीयशीर्षकोणस्यार्धकर्त्री रेखा यत्राधारे लगति ततः स्थिरत्रिभुजीयव्यासोपरि लम्बरूपिणी पूर्णज्या क्रियताम् । तदग्रगामिनौ यौ कर्णौ स्तस्ताभ्यां तत्पूर्णज्याया च यत् त्रिभुज-मुत्पद्यते तस्य शीर्षकोणश्च अथ च व्यासाधारसमद्विबाहुकत्रिभुजस्य यः शीर्षकोणः अनयोः कोणयोर्मध्ये कतरः कोणोऽधिको भवेत्? तस्य विचारः क्रियते ।

अत्र द्वे त्रिभुजे समद्विबाहुके । अथ च द्वयोरेवाधारौ स्थिरत्रिभुजीय-व्यासोपरि लम्बरूपाविति प्रत्यक्षमेव ।



अधुना अशीक एकं स्थिरत्रिभुजं गृहीतम् । अरु = व्यासः । शीक = लघु-तमकर्णः । शीअ = बृहत्तमकर्णः । शीम = शीर्षकोणार्धकर्त्री रेखा । के = केन्द्र-चिन्दुः विमण्डलस्य । केचिन्दुतस्तु व्यासाधारसमद्विबाहुकत्रिभुजं प्रसिद्धमे-वास्ति । यस्य शीर्षकोणः स्थिरत्रिभुजीयशीर्षकोणातोऽत्राल्प एव सिद्धः ।

अधुना मस्थलतः स्थिरत्रिभुजीयव्यासोपरि लम्बरूपिणी पूर्णज्या कृता सा विमण्डलपाल्यां स्थानद्वये यत्र लग्ना तदग्राधारौ द्वौ कर्णौ गृहीतौ, एका च पूर्णज्या । इदमपि एकं समद्विबाहुकत्रिभुजं जातम् । अनयोः समद्वि-बाहुकत्रिभुजयोः शीर्षकोणयोरन्यूनधिकता विचार्यते ।

अत्र कल्प्यते शीर्षकोणार्धम् = अ_१

केशीम - कोणः = य

अतः ∠केशीक = अ_१ + य

अथ च ∠केशीअ = अ_१ - य

अतः केशीकत्रिभुजे कोणानुपातेन

$$\frac{\text{कैक} \times \text{ज्या } \angle \text{शीकके}}{\text{ज्या } \angle \text{केशीक}} = \text{शीके}$$

पुनः केशीअ - त्रिभुजे

$$\frac{\text{अके} \times \text{ज्या } \angle \text{शीअके}}{\text{ज्या } \angle \text{केशीअ}} = \text{शीके}$$

$$\begin{aligned} \text{अत्र स्वल्पस्वरूपे } \angle \text{शीअके} &= \text{अ} \\ &= \angle \text{शीकके} = \text{क} \end{aligned}$$

$$\angle \text{केशीक} = \text{अ}_1 + \text{य}$$

$$\angle \text{केशीअ} = \text{अ}_1 - \text{य}$$

$$\text{अके} = \text{कैक} = \frac{\text{व्यास}}{२}$$

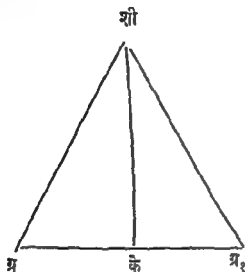
अतः पूर्वसमीकरणयोर्घातः

$$\begin{aligned} &\left(\frac{\text{व्यास}}{२}\right)^2 \times \text{ज्याअ} \times \text{ज्याक} \\ &= \frac{\text{ज्या}(\text{अ}_1 + \text{य}) \times \text{ज्या}(\text{अ}_1 - \text{य})}{\text{ज्या}(\text{अ}_1 + \text{य}) \times \text{ज्या}(\text{अ}_1 - \text{य})} = \text{शीके}^2 \end{aligned}$$

अथात्रत्यसमद्विबाहुकत्रिभुजे शीकेरेखा मध्यगता वर्तते । सा च सम-
द्विबाहुकत्रिभुजीयाधारे व्यासे केविन्दौ लम्बरूपाऽस्ति रेखागणितयुक्त्या ।
अतोऽस्य समद्विबाहुकत्रिभुजस्य शीर्षकोणमपि अर्धयति शीके रेखा ।
अत्राधारव्यासाग्रं क्रमेण अ, अ_१ । समानकर्णौ क्रमेण शीअ, शीअ_१ ।

$$\text{केग्र} = \text{केग्र}_1 = \frac{\text{व्यास}}{2}$$

यथा व्यासाधारसमद्विबाहुकत्रिभुजम् । चेत्रम् (५)



परञ्च शीकेग्र - त्रिभुजं जात्यम् । अतः शीर्णकोणार्धस्पर्शरेखावर्गः

$$\frac{\text{केग्र}^2 \times 1}{\text{शीके}^2} \text{ अत्र त्रि} = 1$$

$$\text{परञ्च केग्र} = \frac{\text{व्या}}{2}$$

$$\text{अतः शीर्णकोणार्धस्य}^2 = \frac{\left(\frac{\text{व्या}}{2}\right)^2}{\text{शीके}^2}$$

शीके², इत्यस्योत्थापनात्

$$\frac{\text{शीर्ण को स्य}^2}{2} = \frac{\left(\frac{\text{व्या}}{2}\right)^2}{\left(\frac{\text{व्या}}{2}\right)^2 \times \text{ज्याअ} \times \text{ज्याक}}$$

$$\frac{\text{ज्या}(\text{अ}_1 + \text{य}) \times \text{ज्या}(\text{अ}_1 - \text{य})}{\text{ज्याअ} \times \text{ज्याक}}$$

$$\text{वा} = \frac{\text{ज्या}(\text{अ}_1 + \text{य}) \times \text{ज्या}(\text{अ}_1 - \text{य})}{\text{ज्याअ} \times \text{ज्याक}} \quad (१)$$

अथ चतुर्थक्षेत्रे शीमकत्रिशुजे

$$\text{शीम} = \frac{\text{मक} \times \text{ज्याक}}{\text{ज्या} \angle \text{मशीक}}$$

एवम् चतुर्थक्षेत्रे अशीमत्रिशुजे

$$\text{शीम} = \frac{\text{अम} \times \text{ज्याअ}}{\text{ज्या} \angle \text{मशीअ}}$$

ज्ञानयोः समीकरबायोर्धातः

$$\text{शीम}^2 = \frac{\text{मक} \times \text{अम} \times \text{ज्याक} \times \text{ज्याअ}}{\text{ज्या} \angle \text{मशीक} \times \text{ज्या} \angle \text{मशीअ}}$$

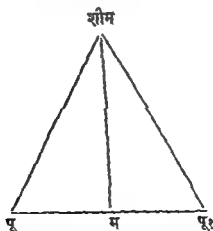
$$\text{परञ्च } \angle \text{मशीक} = \angle \text{मशीअ} = \text{अ}_1$$

= अर्धकोणः शीर्षकोणस्य

अतः

$$\text{शीम}^2 = \frac{\text{मक} \times \text{अम} \times \text{ज्याक} \times \text{ज्याअ}}{\text{ज्या}^2 \text{अ}_1} \quad (२)$$

क्षेत्रम् (६)



मविन्दुगतस्थिरत्रिशुजीयव्यासोपरि लम्बपूर्णज्याधारत्रिशुजं पूर्वपृष्ठे द्रष्टव्यम् । एतत्पूर्णज्याग्रम् = क्रमेण पू, पू१, अत्यार्धम् = मपू = मपू१

एतत्पूर्णज्याधारसमद्विबाहुत्रिभुजस्य शीर्षकोणार्धकर्त्री रेखा = रेखा-
गणितयुत्तया = शीमरेखा । यतः इयं पूर्णज्या मनिन्दुतः स्थिरत्रिभुजीय-
व्यासोपरिलम्बरूपा अतः अर्धिता । तदा शीमरेखा पूर्णज्यार्धनिन्दुगाऽपि
सिद्धा लम्बरूपाऽपि ।

अतः शीमपूजात्यत्रिभुजे

एतत् शीर्षकोणार्धस्पर्शरेखानर्गः

$$= \frac{मपू^2 \times १}{शीम^2} - अत्रि = १ \quad (३)$$

अथ च (२) द्वितीयसमीकरणे

मक * अम = व्यासखण्डघातः

पूर्णज्यार्धनर्गसमानः = मपू^२ = मपू^२

अनेन (२) द्वितीयसमीकरणेन (३) तृतीयसमीकरणमिदमुत्थाप्यते ।

तदा पूर्णज्याधारत्रिभुजस्य शीर्षकोणार्धस्पर्शरेखानर्गः अग्रे द्रष्टव्यम् ।

$$\begin{aligned} \frac{पू.आ.शी.कोस्व}{२} &= \frac{मपू^2}{मक \times अम \times ज्याम \times ज्याअ} \\ &= \frac{ज्या^2अ_१ \times मपू^2}{मक \times अम \times ज्याक \times ज्याअ} \end{aligned}$$

परञ्च मक * अम = मपू^२

$$\begin{aligned} \text{ततः } \frac{पू.आ.स.द्वि.शी.कोस्व}{२} &= \frac{ज्या^2अ_१ \times मपू^2}{मपू^2 \times ज्याअ \times ज्याक} \\ &= \frac{ज्याअ_१^2}{ज्याअ \times ज्याक} \quad (४) \end{aligned}$$

अथ च व्यासाधारीयसमद्विबाहुत्रिभुजशीर्षकोणार्धस्पर्शरेखानर्गः

= प्रथमसमीकरणस्थः ।

$$\text{अतः} = \frac{\text{ज्या}(\text{अ}_1 + \text{य}) \times \text{ज्या}(\text{अ}_1 - \text{य})}{\text{ज्याअ} \times \text{ज्याक}} \quad (१)$$

अथ पूर्णज्याधारसमद्विधाहुकत्रिभुजशीर्षकोणार्धस्पर्शरेखावर्गः

$$= \frac{\text{ज्या}^2 \text{अ}_1}{\text{ज्याअ} \times \text{ज्याक}} \quad (४)$$

अनयोः प्रथमचतुर्थयोः (१)(४) समीकरास्य स्पर्शरेखावर्गयोः न्यूनाधिकतार्थविपरीकरणं लिख्यते ।

$$\frac{\text{ज्या}^2 \text{अ}_1}{\text{ज्याक} \times \text{ज्याअ}} > < \frac{\text{ज्या}(\text{अ}_1 + \text{य}) \times \text{ज्या}(\text{अ}_1 - \text{य})}{\text{ज्याअ} \times \text{ज्याक}}$$

समहरयोर्नाशात्

$$\text{ज्या}^2 \text{अ}_1 > < \text{ज्या}(\text{अ}_1 + \text{य}) \times \text{ज्या}(\text{अ}_1 - \text{य})$$

अथ त्रिकोणमित्या

$$\text{ज्या}(\text{अ}_1 + \text{य}) = \text{ज्याअ}_1 \times \text{कोज्याय} + \text{ज्याय} \times \text{कोज्याअ}_1$$

$$\text{ज्या}(\text{अ}_1 - \text{य}) = \text{ज्याअ}_1 \times \text{कोज्याय} - \text{कोज्याअ} \times \text{ज्याय}$$

अनयोर्धातुः योणान्तरधानः वर्गान्तरसमान इति

$$\text{ततः ज्या}(\text{अ}_1 + \text{य}) \times \text{ज्या}(\text{अ}_1 - \text{य})$$

$$= \text{ज्या}^2 \text{अ}_1 \times \text{कोज्या}^2 \text{य} - \text{ज्या}^2 \text{य} \times \text{कोज्या}^2 \text{अ}_1$$

$$\text{परञ्च कोज्या}^2 \text{य} = १ - \text{ज्या}^2 \text{य}$$

$$\text{कोज्या}^2 \text{अ}_1 = १ - \text{ज्या}^2 \text{अ}_1$$

अतः उत्पाप्तेन

$$\text{ज्या}(\text{अ}_1 + \text{य}) \times \text{ज्या}(\text{अ}_1 - \text{य})$$

$$= \text{ज्या}^2 \text{अ}_1 (१ - \text{ज्या}^2 \text{य}) - \text{ज्या}^2 \text{य} (१ - \text{ज्या}^2 \text{अ}_1)$$

$$= \text{ज्या}^2 \text{अ}_1 - \text{ज्या}^2 \text{अ}_1 \times \text{ज्या}^2 \text{य} - (\text{ज्या}^2 \text{य} - \text{ज्या}^2 \text{य} \times \text{ज्या}^2 \text{अ}_1)$$

$$= \text{ज्या}^2 \text{अ}_1 - \text{ज्या}^2 \text{अ}_1 \times \text{ज्या}^2 \text{य} - \text{ज्या}^2 \text{य} + \text{ज्या}^2 \text{अ}_1 \times \text{ज्या}^2 \text{य}$$

$$= \text{ज्या}^2 \text{अ}_1 - \text{ज्या}^2 \text{य}$$

अतः उत्पाप्तेन पूर्वोक्तविपरीकरणम् ।

ज्या^२अ_१ > < ज्या^२अ_१ - ज्या^२य

अधुना प्रत्यक्षमेव वामपक्षः दक्षिणपक्षतोऽधिकः विशेषस्फुटोकरणेन समनाशेन पक्षपरिवर्तनेन च

ज्या^२य > < ०

अतः ज्या^२य > ० सिद्धम्

अत्र वामपक्षस्थपदार्थः स्थिरत्रिभुजीयशीर्षकोणार्धकर्त्री रेखा मूलस्थ-
पूर्णज्याधारत्रिभुजस्य समद्विबाहुकशीर्षकोणार्धस्पर्शरेखावर्गः आसीत् । ततो
मूलग्रहणात् स्पर्शरेखावत्स्वापकरणाच्च पूर्णज्याधारीयसमद्विबाहुकत्रिभुज-
शीर्षकोणार्धम् व्यासाधारीयसमद्विबाहुत्रिभुजस्य शीर्षकोणार्धाधिकम् ।
द्विगुणेन पूर्णज्याधारीयशीर्षकोणः व्यासाधारीयसमद्विभुजशीर्षकोणतोऽधिकः
सिद्धः ।

अयं पष्ठ सिद्धान्तः समाप्तः ।

अयं पूर्वोक्ततृतीयसिद्धान्तेन (३) तथा च विमण्डलाधारे विपमसूच्यां
शीर्षकोणस्य समकोणाधिकात् व्यासाधारीयसमद्विबाहुकत्रिभुजशीर्षकोणतः
स्थिरत्रिभुजीयशीर्षकोणः अधिकः सिद्धः । अथ च अनेन (६) पष्ठ-
सिद्धान्तेन व्यासाधारममद्विभुजत्रिभुजशीर्षकोणतः शीर्षकोणार्धस्थानो-
पूर्णज्याधारसमद्विबाहुत्रिभुजशीर्षकोणोऽप्यधिकः । तदा स्थिरत्रिभुजीयशीर्ष-
कोणतः पूर्णज्याधारीयसमद्विबाहुत्रिभुजशीर्षकोणः न्यूनोऽधिकः समो वा
भवेदेतस्य निर्णयोऽपेक्ष्यते । तदग्रे वक्रस्य लघुव्यासरूढव्यासयोर्निर्णयो
भवेत् ।

अथ पूर्वोक्त चतुर्थ (४) सिद्धान्तेन पूर्णज्याधारसमद्विबाहुत्रिभुजशीर्ष-
कोणार्धस्पर्शरेखावर्गः

$$= \frac{\text{ज्या}^2 \text{अ}_1}{\text{व्याक} \times \text{व्याक}}$$

अथ च स्थिरत्रिभुजस्य शीर्षकोणार्धम् = अ_१

अतोऽस्य त्रिभुजस्य शीर्षकोणार्धस्पर्शरेखावर्गः—

$$\frac{\text{ज्या}^2 \text{अ}_1}{\text{कोज्या}^2 \text{अ}_1} \left\{ \text{अत्र सर्वत्र त्रि} = 1 \right.$$

अथ पुनरत्र विष्मीकरणं क्रियते—

$$\frac{\text{ज्या}^2 \text{अ}_1}{\text{ज्याक} \times \text{ज्याअ}} > < \frac{\text{ज्या}^2 \text{अ}_1}{\text{कोज्या}^2 \text{अ}_1}$$

समभजनेन समगुणनेन च कोज्या²अ₁ > < ज्याक × ज्याअ.....(अ)

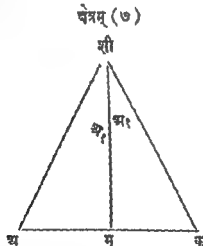
अत्र शीर्षकोणार्धम् = अ₁

अतः स्थिरत्रिभुजशीर्षकोणार्धज्या = ज्याअ₁

अथ स्थिरत्रिभुजोऽयशीर्षकोणार्धकोज्या = कोज्याअ₁

अतः एतत्कोणार्धस्पर्शरेखावर्गः

$$\frac{\text{ज्या}^2 \text{अ}_1}{\text{कोज्या}^2 \text{अ}_1}$$



अधुना भङ्ग्यन्तरेण

स्थिरत्रिभुजशीर्षकोणः = १८० - (अ + क)

अतः शीर्षकोणः + अ + क = १८०

अतः शीर्षकोणः = १८० - (अ + क)

परञ्च शीर्षकोणः = २ अ₁

$$\text{अतः } २ \text{ अ}_१ = १८० - (\text{अ} + \text{क})$$

$$\text{अतः अ}_१ = ९० - \frac{(\text{अ} + \text{क})}{२}$$

$$\text{अतः } \frac{\text{अ} + \text{क}}{२} = ९० - \text{अ}_१ = \text{कोटिअ}_१$$

$$\begin{aligned} \text{अत्र स्थिरत्रिभुजस्याधारकोणद्वयस्य योगार्धम्} \\ = \frac{\text{अ} + \text{क}}{२} = \text{कोअ}_१ \end{aligned}$$

$$\text{कल्प्यतेऽन्तरार्धम्} = १$$

$$\text{अतः संक्रमणेन प्रत्येककोणद्वयम् क} = \text{कोअ}_१ + १।$$

$$\text{अ} = \text{कोअ}_१ - १।$$

$$\begin{aligned} \text{एवाअ} \times \text{ज्याक} &= \text{ज्या} (\text{कोअ}_१ + १) \times \text{ज्या} (\text{कोअ}_१ - १) \\ \text{प्रथमम् ।} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ज्याक} &= \text{ज्या} (\text{कोअ}_१ + १) \\ &= \text{ज्याकोअ}_१ \times \text{कोज्यार} + \text{ज्यार} \times \text{कोज्याकोअ}_१ \end{aligned}$$

$$\text{परमत्र ज्याकोअ}_१ = \text{कोज्याअ}_१$$

$$\text{कोज्याकोअ}_१ = \text{ज्याअ}_१$$

$$\text{अतः ज्याक} = \text{कोज्याअ}_१ \times \text{कोज्यार} + \text{ज्यार} \times \text{ज्याअ}_१ \quad (१)$$

$$\begin{aligned} \text{एवमत्र ज्याअ} &= \text{ज्याकोअ}_१ \times \text{कोज्यार} - \text{ज्यार} \times \text{कोज्याकोअ}_१ \\ \text{वा,} \quad &= \text{कोज्याअ}_१ \times \text{कोज्यार} - \text{ज्यार} \times \text{ज्याअ}_१ \quad (२) \end{aligned}$$

अतः

$$\begin{aligned} \text{ज्याक} \times \text{ज्याअ} &= (\text{कोज्याअ}_१ \times \text{कोज्यार} + \text{ज्यार} \times \text{ज्याअ}_१) \\ &\quad \times (\text{कोज्याअ}_१ \times \text{कोज्यार} - \text{ज्यार} \times \text{ज्याअ}_१) \end{aligned}$$

योगान्तरघातो वर्गान्तरममानस्ततः

$$= \text{कोज्या}^२\text{अ}_१ \times \text{कोज्या}^२\text{र} - \text{ज्या}^२\text{र} \times \text{ज्या}^२\text{अ}_१$$

$$= \text{कोज्या}^२\text{अ}_१ (१ - \text{ज्या}^२\text{र}) - \text{ज्या}^२\text{र} (१ - \text{कोज्या}^२\text{अ}_१)$$

अतो भगोले एतत्कोणत्रयसंमुखचापेऽपि पूर्वोक्तदिशैः न्यूनाधिके स्तः ।
अर्थात् पूर्णज्याधारसमद्विभुजशीर्षलम्बकोणसंमुखचापं स्थिरत्रिभुजीयशीर्ष-
कोणसंमुखचापात् भगोलेऽधिकं स्यात् ।

परमिदं पूर्णज्याधारचापं स्थिरत्रिभुजीयचापार्धविन्दुगतं भवेत् । यतः इयं
पूर्णज्या तु स्थिरत्रिभुजीयशीर्षकोणस्यार्धकर्त्री रेखा मूलगता । परमियं कोणा-
र्धकर्त्री रेखा यत्र भगोले लगेत् तत्रानश्यमेवेयं रेखा स्थिरत्रिभुजीयशीर्षकोण-
संमुखचापमर्धयेत् । अर्थात् स्थिरत्रिभुजीयचापस्यार्धविन्दौ गच्छेत् । परमियं
रेखा पूर्णज्यार्धविन्दुगता पूर्णज्यात्रिभुजधरातलस्थिरत्रिभुजधरातलयोगरेखा ।
तथा च पूर्णज्याधारमप्यर्धयति स्थिरत्रिभुजादुभयतः । ततोऽनश्यमेवेयमेव
रेखा पूर्णज्यासंमुखभगोलीयचापमप्यर्धयेत् । अत एवेयमेव रेखा यत्र भगोले
लगेत् तत्रैव पूर्णज्याधारत्रिभुजशीर्षकोणसंमुखभगोलीयचापं स्थिरत्रिभुजीय-
शीर्षगतकोणसंमुखचापेन परस्परमर्धितं भवेत् । अ एव चापे तत्रैवाधिते संलग्ने
च भवेताम् ।

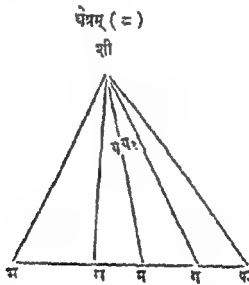
एते च चापे परस्परं लम्बरूपे भवेतामित्यस्यापि निर्णयः क्रियते ।

प्रथमं स्थिरत्रिभुजगता या सूच्याधारवृत्ते लम्बरेखा भवेत् तन्मूलत्
स्थिरत्रिभुजोपस्थासरेखोपरि लम्बरूपा आधारवृत्तधरातलगता रेखा पूर्णज्या
क्रियते । सा पूर्णज्या स्थिरत्रिभुजीयव्यासरेखा तद्वरातललम्बरेखा योग-
विन्दौ लम्बरूपा । ततः स्थिरत्रिभुजधरातले सा पूर्णज्या लम्बरूपा जाता ।

एतस्या पूर्णज्यायाः एव समानान्तरा स्थिरत्रिभुजीयशीर्षकोणार्धकर्त्री
रेखा मूलगता पूर्णज्या । यस्याः संमुखं पूर्वोक्तचापं वर्तते । अत एवेयमपि
कोणार्धकर्त्री रेखा मूलगता पूर्णज्या स्थिरत्रिभुजधरातलोपरि लम्बरूपा भवेत् ।
परमेतस्या एव पूर्णज्यायाः समानान्तरा भगोलेऽपि उक्तवापपूर्णज्या भवेत् ।
यतः इदं समद्विभागद्विभुजं ग्रन्थोलोयन्निमण्डलोपपूर्णज्याधारम् । एतस्य
त्रिभुजस्य यत्र समानौ कर्णौ लगेताम् भगोले तत्रैतत्कर्णद्वयव्यासं चापं
पूर्वोक्तम् । यत्र नौ भगोले लगेताम् ततः त्रिभुजशीर्षभूमेन्द्रं यावत् प्रत्येकं

तदधिग्याश्रमतमगोलीयपूर्णज्या प्रहगोलीयपूर्णज्यायाः पूर्वोक्तायाः
ममानान्तग मयेत् । समानान्तरत्वात् इयमपि मगोलीयपूर्णज्या स्थिरविभुज-
भगान्ते सम्मरूपा सिद्धा । अत एव “या रेखा भूतजे लम्बाः” इत्यादिना तद्वरा-
गनमपि स्थिरविभुजधरातले सम्मरूपम् । अतः मगोले पूर्णज्याधारचापमपि
स्थिरविभुजीयचापोपरि सम्मरूपं भवेत् ।

अतः पूर्वोक्ते द्वे चापे परस्परमधिते तथा च लम्बरूपे अपि भवेताम् ।
एतेन एते द्वे चापे एव एकं लघुज्यामः द्वितीयञ्च बृहद्ज्यासः परस्पर-
भोगाम् । परमत्र निर्णयो जातः स्थिरविभुजीयचापमल्पम् पूर्णज्याधार-
चापमधिरम् । ततः स्थिरविभुजीयचापम् = लघुज्यासः । पूर्णज्याधार-
चापम् = बृहद्ज्यासः ।



अभाय अत्रोक्त स्थिरविभुजं, शीम = शीपरोन्गार्परशी रेखा ।

अथ च शीमशीपरोमे मण्यमण्येया अन्तरे ममानरेणं च
शुद्धवर्गसि उत्पद्यन्ते चेत् । तथा मणि स्थिरविभुजीयज्यामप्य ग
मिन्नुत्ता स व्यापारोरे पूर्णज्या मन्तास्य मन्तापारे स मन्तास्यमन्ता

अतो भगोले एतत्कोणद्वयसंमुखचापेऽपि पूर्वोक्तदिशैव न्यूनाधिके स्तः।
अर्थात् पूर्णज्याधारसमद्विभुजशीर्षलम्बकोणसंमुखचापं स्थिरत्रिभुजीयशीर्ष-
कोणसंमुखचापात् भगोलेऽधिकं स्यात् ।

परमिदं पूर्णज्याधारचापं स्थिरत्रिभुजीयचापार्धनिन्दुगतं भवेत् । यतः इयं
पूर्णज्या तु स्थिरत्रिभुजोपशीर्षकोणस्यार्धकर्त्री रेखा मूलगता । परमियं कोणा-
र्धकर्त्री रेखा यत्र भगोले लगेत् तत्रान्नयमेवेयं रेखा स्थिरत्रिभुजीयशीर्षकोणा
संमुखचापमर्धयेत् । अर्थात् स्थिरत्रिभुजीयचापस्यार्धनिन्दौ गच्छेत् । परमियं
रेखा पूर्णज्यार्धनिन्दुगता पूर्णज्यात्रिभुजधरातलस्थिरत्रिभुजधरातलयोगरेखा ।
तथा च पूर्णज्याधारमप्यर्धयति स्थिरत्रिभुजादुभयतः । ततोऽन्नयमेवेयमेव
रेखा पूर्णज्यासंमुखभगोलीयचापमप्यर्धयेत् । अत एवेयमेव रेखा यत्र भगोले
लगेत् तत्रैव पूर्णज्याधारत्रिभुजशीर्षकोणसंमुखभगोलीयचापं स्थिरत्रिभुजीय-
शीर्षगतकोणसंमुखचापेन परस्परमर्धितं भवेत् । हे एव चापे तत्रैवार्धितं मूलगते
च भवेताम् ।

एते च चापे परस्परं लम्बरूपे भवेतामित्यस्यापि निश्चयः कियते ।

पथमं स्थिरत्रिभुजगता या ध्रुव्याधारवृत्ते लम्भरेखा भवेत् तन्मूलात्
स्थिरत्रिभुजोपध्यासरेषोपरि लम्बरूपा आधारवृत्तधरातलगता रेखा पूर्णज्या
क्रियते । सा पूर्णज्या स्थिरत्रिभुजीयध्यासरेखा तद्वरातललम्भरेखा योग-
निन्दो लम्बरूपा । ततः स्थिरत्रिभुजधरातले सा पूर्णज्या लम्बरूपा जाता ।

एतस्या पूर्णज्यायाः एव समानान्तरा स्थिरत्रिभुजीयशीर्षकोणार्धकर्त्री
रेखा मूलगता पूर्णज्या । यस्याः संमुख पूर्वोक्तचापं वर्तते । अत एवेयमपि
कोणार्धकर्त्री रेखा मूलगता पूर्णज्या स्थिरत्रिभुजधरातलोपरि लम्बरूपा भवेत् ।
परमेतस्या एव पूर्णज्यायाः समानान्तरा भगोलेऽपि उक्तचापपूर्णज्या भवेत् ।
यतः इदं समद्विनादुक्रियुजं ग्रहगोलीयनिमण्डलीयपूर्णज्याधारम् । एतस्मा
त्रिभुजस्य यत्र समानो कर्णो लगेताम् भगोले तत्रैतत्कर्णद्वयध्यातं चापं
पूर्वोक्तम् । यत्र तो भगोले लगेताम् ततः त्रिभुजशीर्षभूकेन्द्रं यावत् प्रत्येकं

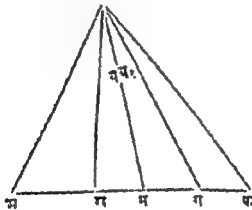
- भुजद्वयं विज्यातुल्यम् ।

तनस्त्रिज्याप्रगतभगोलीयपूर्णज्याः ग्रहगोलीयपूर्णज्यायाः पूर्वोक्तायाः
गनानान्तर्ग भवेत् । समानान्तरस्यान् इयमपि भगोलीयपूर्णज्या स्थिरत्रिभुज-
भरागने लम्बरूपा विद्धा । अत एव “या रेखा भूवर्गे लम्बः” इत्यादिना तद्वरा-
गनमपि स्थिरत्रिभुजभरातले लम्बरूपम् । अतः भगोले पूर्णज्याधारचापमपि
स्थिरत्रिभुजज्याचापोपरि लम्बरूपं भवेत् ।

अतः पूर्वोक्ते ढे चापे परस्परमधिने तथा च लम्बरूपे अपि भवेताम् ।
एतेन एतं ढे चापे एव एकं लघुव्यासः द्वितीयश्च बृहद्व्यासः समस्य
भवेताम् । एवमत्र निर्णयो जातः स्थिरत्रिभुजज्याचापमल्पम् पूर्णज्याधार-
ज्यापमधिकम् । ततः स्थिरत्रिभुजज्याचापम् = लघुव्यासः । पूर्णज्याधार-
चापम् = बृहद्व्यासः ।

घेत्रम् (=)

शी



रूपाय अन्तार स्थिरत्रिभुजं, गोम = गोपरोणाधरपी रेखा ।

भवेताम् तयोः शीर्षकोणौ समानौ भवेताम् । तदभिमुखे चापे वक्रपात्न्यां स्थानद्वये संलग्ने समाने भवेताम् । अथ च स्थिरत्रिभुजधरातलगतलघु-
व्यासोपरि लम्बरूपे भवेताम् ।

एतत्त्रयं विचारः क्रियते ।

अथेष्टरेखा शीखशीमरेखाभ्यां जायमानः = य । तथैव शीगशीम-
रेखाभ्यां जायमानकोणोऽपि = य, कोणद्वयं समानम् ।

ततः अशीखत्रिभुजे

$$= \frac{\text{अख} \times \text{ज्याअ}}{\text{ज्या}(\text{अ}_1 - \text{य})} = \text{शीख} \quad (१)$$

एवमेव शीखकत्रिभुजे

$$\frac{\text{खक} \times \text{ज्याक}}{\text{ज्या}(\text{य} + \text{अ}_1)} = \text{शीख} \quad (२)$$

(१) (२) अनयोः = समीकरणायोर्घातः

$$\text{शीख}^2 = \frac{\text{अख} \times \text{कख} \times \text{ज्याअ} \times \text{ज्याक}}{\text{ज्या}(\text{अ}_1 - \text{य}) \times \text{ज्या}(\text{अ}_1 + \text{य})}$$

परञ्च अख × कख = ख बिन्दुगतपूर्णज्यार्धवर्गसमानः रेखागणितेन ।

$$\text{अत्रत्य पूर्णज्यार्धमानम्} = \frac{\text{प}}{२}$$

$$\text{अतः} \quad \frac{\left(\frac{\text{प}^2}{२}\right) \times \text{ज्याअ} \times \text{ज्याक}}{\text{ज्या}(\text{अ}_1 - \text{य}) \times \text{ज्या}(\text{अ}_1 + \text{य})} = \text{शीख}^2$$

एवमेवान्यदिशि एतत्कोण (य) समानकोण (य) रूपां रेखा शीग-
रेखा । अतस्तत्रत्य (ग) बिन्दुगतपूर्णज्यार्धवलेन शीग^२

$$\frac{\text{प}^2}{२} \times \text{ज्याअ} \times \text{ज्याक} \\ = \frac{\text{ज्या}(\text{अ}_1 - \text{य}) \times \text{ज्या}(\text{अ}_1 + \text{य})}{\text{शीख}^2}$$

अथ (ग) विन्दुगतपूर्णज्या स्वरविशिष्टा गृह्यते = पू१ । अतः पूर्व-
स्वरूपे $\frac{पू१}{२}$ भवति ।

अथाधुना प्रथमपूर्णज्याधारे समद्विबाहुकविभुजे तस्य शीर्षकोणार्धस्पर्श-
रेखावर्गः आनीयते ।

$$\frac{\text{प्रथमपूर्णज्याधारशीकोस्पर्}^2}{२} = \frac{\left(\frac{पू१}{२}\right)^2}{शीग^2}$$

अत्रापि त्रि = १

अत्र शीग^२ उत्थापनेन

$$\frac{\text{पू१.आ.त्रिशोकोस्पर्}^2}{२} = \frac{\left(\frac{पू१}{२}\right)^2 \times ज्या(अ१ - य) \times ज्या(अ१ + य)}{\left(\frac{पू१}{२}\right)^2 \times ज्याअ \times ज्याक}$$

$$\frac{\text{पू१.आ.त्रिशोकोस्पर्}^2}{२} = \frac{ज्या(अ१ - य) \times ज्या(अ१ + य)}{ज्याअ \times ज्याक} \quad (३)$$

एवमेव गविन्दुस्यपूर्णज्याधारत्रिभुजशीर्षकोणार्धस्पर्शरेखावर्गः

$$\frac{\text{पू१.आ.त्रिशोकोस्पर्}^2}{२} = \frac{\left(\frac{पू१}{२}\right)^2 \times १}{शीग^2} \quad | \text{त्रि} = १,$$

परञ्च

$$\frac{\frac{पू१^2}{२} \times ज्याअ \times ज्याक}{शीग^2} = ज्या(अ१ + य१)^2 \times ज्या(अ१ - य१)$$

अत उत्थापनेन

स्वरविशिष्ट पू१ आ.समद्विभुजशीर्षकोणार्धस्पर्शवर्गः

$$पृ१ \text{ आ.सदिशीकोस्प}^2 = \frac{\left(\frac{पृ१}{२}\right)^2}{\left(\frac{१५}{२}\right)^2 \times ज्याअ \times ज्याक} \times ज्या(अ१ + य१) \times ज्या(अ१ - य१)$$

$$पृ१ \text{ आ.शीकोस्प}^2 = \frac{ज्या(अ१ + य१) \times ज्या(अ१ - य१)}{ज्याअ \times ज्याक} (४)$$

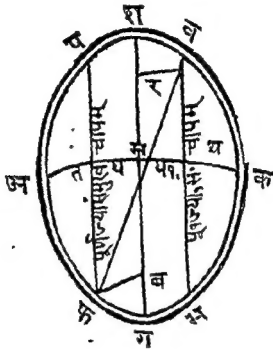
तृतीयचतुर्थयोः (३) (४) अनयोः समीकरणयोः सर्वे पदार्थाः समानाः।
 केवलं य, य१ अनयोर्भेदो दृश्यते। परञ्च पूर्वनियमेन सिद्धान्तनियमेन च य= य१ अतः इमौ स्पर्शवर्गौ समानौ स्तः। मूलग्रहणेन स्पर्शरेखे अपि समाने भवेताम्। चापग्रहणेन पूर्णज्याद्वयस्याधारसमद्विभुजत्रिभुजयोः शीर्षकोणार्धे समाने जाते। तद्विगुणनेन तयोस्त्रिभुजयोः शीर्षकोणवपि समानौ जातौ। एतत्पूर्णज्याद्वयस्याधारत्रिभुजद्वयस्य कर्णद्वयं त्रिज्यागोलेऽपि लगेत्। तदा क्रान्तभगोले चापद्वयं वक्रियपूर्णचापद्वयमपि समानशीर्षकोणद्वयस्य संमुखत्वात् समानम्। अथ च पूर्णज्याद्वयं पूर्वयुक्त्यैव स्थिरत्रिभुजधरातले लम्बरूपम्। एतयोरेव पूर्णज्ययोः प्रत्येकत्रिभुजे भगोलीये अपि पूर्वोक्तवक्रियचापद्वयस्य पूर्णज्ये भूकेन्द्ररूपशीर्षस्थानात् त्रिज्याग्रे स्थितत्वात् समानान्तरे भवेताम्। तत इमे अपि भगोलीयपूर्णज्ये स्थिरत्रिभुजधरातले लम्बरूपे। ततः “या रेखा भूतले लम्बस्तद्गता ये धरातला” इत्यादिना पूर्णज्याद्वयचापमववृत्ते अथ वा ते चापे अपि स्थिरत्रिभुजधरातलीयचापरूपलघुज्यासोपरि लम्बरूपे सिद्धे। अथ च शीर्षकोणार्धगत-मशीरखया समानकोणद्वयं (य, य१) कर्णयोः (शीख, शीम) रेखे अपि तुल्यचापद्वय (य, य१) तुल्यान्तरिते भगोले मध्यस्थानतः लगेताम्।

अथश्चाष्टमः सिद्धान्तः सम्पन्नः (८)

इतः परं वक्रस्य स्वरूपं प्रदर्शयते। अनुमानेनेदं वक्रं कूर्मपृष्ठाकृतिं सिद्धयति। यथ चानेकधरातलीयं गौलिरुदीर्घवृत्तमिवेति।

क्षमशृङ्गाकृति अथ वा गौलिकदीर्घवृत्तं मक्रमिदं वक्तुं शक्यते—

चित्रम् (६)



अथ पूर्वोक्तसिद्धान्तजालैः विमण्डलवक्रस्यावयवाः स्फुटोक्तिरन्ते—

अथ स्थिरत्रिभुजशीर्षकोणसंमुखचापं भगोले वक्रस्य लघुव्यासः सिद्धः । तस्मात् चापात् उभयदिशि वक्रस्य समानं लघुवृद्धयं जातम् । यतः तल्लघुव्यासोपरि प्रत्येकस्थिरत्रिभुजीयव्यासोपरि लम्बरूपपूर्णाव्याससंमुखचापं भगोले लम्बरूपं सिद्धम् । अथ चाधितमपि लघुव्यासेन एतेन निश्चितं पत् अवश्यमेवानेन व्यासेन वक्रमधितम् । अतः अयं व्यासः वक्रमध्यगतश्च ।

अथ च स्थिरत्रिभुजस्य शीर्षकोणार्धकर्षरेखा स्थिरत्रिभुजव्यासे यत्र लग्ना सैव च रेखा भगोले यत्र लगति स एव लघुव्यासस्य मध्यस्थविन्दुः = म । यतोऽर्धकोणसंमुखं चापद्वयं प्रत्येकं समानं समानम्—लघु व्यासार्धम् = मक = मथ । यतोऽथ मया स्थिरत्रिभुजीयकर्षार्ध्यां माक्रान्तं चापं लघुव्यासरूपम् = अक वक्रं वर्तते । एतन्मध्यस्थविन्दुत एव लम्बरूपं यचापम् पूर्वसिद्धान्तेन सिद्धं तदेव चापमधःस्थानीयपूर्णाव्याससंमुखं भगोले शगसंज्ञकं वक्रं

वर्तते । शगचापमपि पूर्वसिद्धान्तेन अक्रचापोपरि लम्बरूपं सिद्धम् । अथात्र तत्र एव (म)विन्दुतः पूर्णज्यासंमुखचापमर्धितमप्यस्ति अर्थात् ततो (म)विन्दुतः मश, मगचापं बृहद्व्यासार्द्धसमानम्, यथा मश = मग । अथ स्थिरत्रिभुजोयशीर्षकोणार्धगतरेखातः उभयपार्श्वे य, य_१ तुल्यान्तरितं यत्र भगोले शीख, शीग-रेखाद्वयं लग्नं तद्विन्दुद्वयमवश्यमेव कोणार्धगतरेखास्थ- (म)विन्दुतः तुल्यान्तरे भवेत् । तदेव वक्रे य, य_१ चापद्वयमस्ति । अतो भगोले लघुव्यासस्य (म)विन्दुतः उभयदिशि चापस्य षट् (य, य_१) संज्ञकद्वयं समानम् । तत्रैव तचापद्वयाग्रगतपूर्णज्याधारचापद्वयमपि पूर्व- सिद्धान्तेन क्रमेण समानम् । अर्थात् वम = पफ एतद्वयमपि पूर्वसिद्धान्तेनैव लघुव्याससंज्ञकचापेनार्धितं तथा च लघुव्यासोपरि लम्बरूपं सिद्धम् । एतेने- दमपि सिद्धं यत् (म)विन्दुस्थानतः यद्वयत् पूर्णज्यासंमुखचापद्वयं तुल्यान्तरितं तत्समानद्वयं द्वयं भवेत् । एतेनेदमपि निश्चीयते यत् एतस्य वक्रस्य बृहद्व्याससंज्ञक (शग)चापादुभयदिशि समानानि समसंख्यकानि च सर्वाणि पूर्णज्यासंमुखचापानि भवेयुरेतेन तैस्तैरुभयदिशिगतैः पूर्णज्याचापैरेकत्री- भूतैश्च (शग)चापतः उभयदिशि वक्रमर्धितं भवेत् । एतेन (शग)चापमपि वक्रमर्धयति (म)मध्यविन्दुगतमपि पूर्वसिद्धान्तेन लघुव्यासादधिकमपि अतो वक्रस्येदं चापम् (शग)बृहद्व्यासः सिद्धः ।

अथ वके उभयपार्श्वे समाने लघुव्यासोपरि लम्बरूपे चापे गृहीते क्रमेण पक, वमसंज्ञके । अथाधुना (फम, वम)चापद्वये बद्धम् । तेन त्रिभुज- द्वयमुत्पन्नम् । एकम् = तफम त्रिभुजम् द्वितीयम् = वमथ त्रिभुजमिति त्रिभुजद्वयं जात्याख्यम् । अत्र त्रिभुजद्वये मत् = मध, य, य_१ चापसमत्वात् । तफ = यथ चापे समाने । यतः पूर्वसिद्धान्तेन (म)स्थानतस्तुल्यान्तरे पूर्णज्याचापे समाने भवतः । अत्र त्रिभुजद्वये \angle त, \angle थ कोणद्वयं समकोणम् पूर्णभुजैव । अत्र इमे त्रिभुजे गोलीयरेखागणितयुक्तया अथ वा चापीयत्रिकोणमित्या च सर्वथा समाने भवेताम् । एतेन वमथ कोणः उमफ कोणेन समानो भवेत् ।

अर्थात् $\angle वमथ = \angle तमफ$ तथा सति (वम फम) चापे एकस्मिन्नेव मार्गे भवेताम् । अथ वा कथ्यतां (वम) चापं वर्धितं सत् (फ) विन्दावश्यमेव गच्छेत् । एतेनेदमपि (वफ) चापमस्मिन्नेव (म) विन्दावर्धितम् । (म) विन्दुश्च वक्रकेन्द्रं भवेत् । अतः इदमपि सिद्धं यत् अस्मात् (म) विन्दुतः उभयदिशि यत्र कुत्रापि भागे घृष्टमाण्यानि सर्वाणि चापानि अर्धितानि भवेयुः । अर्थात् एतानि चापानि दीर्घवृत्तवत् दृष्ट्याससंज्ञकानि वक्तुं शक्यन्ते ।

अधुना (व) विन्दुतः (मश) व्यासार्धोपरि वर चापं लम्बरूपं कृतम् । अथ च (फ) विन्दुतः मग बृहद्व्यासार्धोपरि लम्बरूपम् (फव) चापं कृतम् । इमावपि लम्बौ फल = वर । चापीयत्रिकोणमित्याज्ज्वर्यमेव समानौ । अत एव सरल-दीर्घवृत्तवत् एतच्चापीयं कोटिद्वयं बृहद्व्यासार्धोपरि लम्बरूपं वक्तुं शक्यते । अथ च पूर्णव्याससंमुखचापं च लघुव्यासोपरि लम्बत्वात् चापीयभुजमान-मपि वक्तुं शक्यते । एवमत्र बहवः सिद्धान्ताः सरलदीर्घवृत्तवत् यदन्ते । विवेचनया घटिष्यन्त अपि किमत्र विशेष लेखेन ।

Publication Scheme of the Mithila Research Institute DARBHANGA

1. *Tattvachintamani* (तत्त्वचिन्तामणि) by Gangesha Upadhyaya along with the *Aloka* (आलोक) by Pakshadhara Mishra and the *Darpana* (दर्पण) by Mithesha Thakura, Vol I (in the Press)
 2. *Lalavati* (लीलावती) by Bhaskaracharya with the commentary called the *Vasana* (वासना) by Damodara Mishra (in the Press)
 3. *Vimandalavakravichara* (विमण्डलवक्रविचार) by Pradhanacharya Pandita Dayanatha Jha, Jyotisecharya, Vishistavidvan, Mithila Research Institute
 4. *Langavachanavichara* (लङ्गवचनविचार) by Mahavaiyakarana Pandita Dinabandhu Jha, Vishistavidvan, Mithila Research Institute,
- Works under Preparation
5. *Tritalavachchedakavada* (त्रितलावच्छेदकवाद) by Pandita Shashinatha Jha, Vishistavidvan, Mithila Research Institute.
 6. *Sanskrita Mahakosa* (संस्कृतमहाकोष) by the late Mahamahopadhyaya Pandita Ramavatara Sharma.
 7. *Paramartha Daršana* (परमार्थदर्शन) by Mrs Pt. Ramavatara Sharma.
 8. *Mahakalasambhita* (महाकालसंहिता) Edited by Mahamahopadhyaya Dr. Gopinath Kaviraja of Banaras and Mahamahopadhyaya Dr Umesha Mishra.
 9. *Vishnu Purana* (विष्णुपुराण) (Under a long term Research project of the Institute.)
 10. Miscellaneous works in Sanskrit by Mrs Pt. Ramavatara Sharma.
 11. *Kumara Karikaval* (कुमारिकारिकावली) Edited by Prof Anantlal Thakur, Mithila Research Institute